ИДЕИ ЗА ОСЪЩЕСТВЯВАНЕ НА ПРОПЕДЕВТИКАТА ПО КОМБИНАТОРИКА ОТ 1-7 КЛАС

Сава Гроздев[1], Пенка Рангелова[2], Юлия Кръстева[3]

[1] ИМИ към БАН,
[2] Факултет по математика и информатика, Пловдивски университет, България
[3] ПМГ „Акад. Боян Петканчин", Хасково, България
[3] ulia_krusteva@abv.bg

IDEAS FOR IMPLEMENTING PROPAEDEUTICS IN COMBINATORICS OF 1-7 CLASS

Sava Grozdev[1], Penka Rangelova[2], Julia Krasteva[3]

[1] Institute of Mathematics and Informatics,
[2] Faculty of Mathematics and Informatics, University of Plovdiv, Bulgaria,
[3] High School of Mathematics and Natural, Haskovo, Bulgaria
[3] ulia_krusteva@abv.bg

Abstract. *In this paper we provide a comparative analysis of the proposed number of combinatorial problems from various teams of textbooks 1 - 7 Class. As a result of detected faults offer ideas for overcoming them. Students at this age can be added, subtracted, multiplied, divided and graded goals and fractions. They must understand that the possibilities for a given situation can only collect and multiply. The rules for these two operations should not only be aware of such fact, and knowing when and how to apply. Our proposal is to consider multiple tasks and demonstrate their solution with the simultaneous application of rules of addition and multiplication of opportunities for counting in a particular situation.*

Key words: *combinatorics, combinatorial problems, rules for addition and multiplication*

Интересът на привилегированите слоеве на обществото към игрите с един, два и повече зарове, с карти, с различни плочки и търсенето на отговор по колко начина може да се появи дадена комбинация в играта са се оказали движеща сила за развитието на комбинаториката през XVII век. Първите предположения, изводи и забелязани зависимости при тези игри са направени от житейския опит. Редица известни математици започват да се занимават с тези проблеми. Те са допринесли за усъвършенстването, развитието, обогатяването и поставянето на научни основи на комбинаториката. Техните открития и изводи се връщат отново в полза на нуждите за решаване на задачи от заобикалящия ни свят.

В настоящата статия предлагаме един сравнителен анализ на броя на предложените комбинаторни задачи от различни авторски колективи на учебници и учебни помагала. В резултат на разкритите недостатъци предлагаме идеи за преодоляването им.

От направеното от нас изследване на учебниците и учебните пособия от 1 до 4 клас установихме, че се появяват епизодично отделни задачи с комбинаторен характер, чието съдържание е от различни области на приложение. Това изследване е отразено в таблица 1.

Таблица 1. Комбинаторни задачи в учебници и учебни пособия за ученици от 1 до 4 клас

Учебник, учебно пособие	Брой на задачи с алгебрично условие	Брой на задачи с геометрично условие	Брой на задачи от заобикалящата ни действителност
Първи клас [2]	5	4	2
[14]	4	3	-
Втори клас [11]	1	5	-
[3]	4	4	4
[15]	9	12	3
Трети клас [12]	2	7	-
[4]	-	4	1
[16]	12	7	-
Четвърти клас [13]	1	4	-
[5]	3	7	2
[1]	5	4	-

Анализирайки съдържанието на включените комбинаторни задачи от 1 до 4 клас, установяваме, че преобладават задачи, чиято основа е от геометрията. Това е лесно за обяснение. Децата се запознават с доста геометрични фигури. Те трябва да свикнат с техния вид и свойства, да успеят да ги открият при всякакво разположение с поредица от други фигури. Освен геометрични задачи от таблица 1 личи, че са включени минимален брой задачи за намиране броя на многоцифрените числа с и без повтарящи се цифри. В една част от тези задачи се използва и цифрата нула, която има по-особено място в подреждането на цифрите. Търсеният брой числа не е голям и обикновено учениците го получават с изписването им и тяхното директно преброяване. Като недостатък в пропедевтиката на задачи с комбинаторен характер може да посочим, че преобладават задачи, чието решаване може да се сведе до определен алгоритъм. Друг недостатък е малкият брой задачи от ежедневието и заобикалящата ни действителност-задачи, с които учениците занапред ще се срещат и ще трябва да умеят да ги решават. За решаване на проблема авторите предлагат система от задачи в (Рангелова, Кръстева, 2012).

Проучвайки учебниците и пособията от 5 – 7 клас, установяваме, че тенденцията е аналогична на тази от 1 – 4 клас – продължава появата на отделни задачи по алгебра, геометрия и задачи от заобикалящата ни действителност с комбинаторен характер. Разпределението им по учебници и допълнителни пособия е представено в таблица 2.

Чрез включените от таблица 2 задачи се разширява идеята за решаване на задачи по комбинаторика. Използват се задачи с включване на новите изучени фигури. Усложняват се дадените чертежи с включването на по-голям брой геометрични фигури и тяхното наслагване една върху друга. Разглеждат се многоцифрени числа с повече от три цифри и се търси броят им. Малко са дадените задачи от бита, спорта, социалната сфера и др. В някои от пособията с решаване на конкретни задачи се прави опит за показване на правилата за събиране и умножаване на възможности в конкретни ситуации. Броят на разгледаните примери не е голям и можем да кажем, че е крайно недостатъчен, за да се формират умения у учениците да покажат резултати във втория модул на националното външно оценяване в седми клас. Съгласно програмата за учебната 2012 – 2013 година, такива задачи се включват и се иска придобиване на компетентности за тяхното решаване. На вниманието на учениците и техните учители предлагаме система от задачи в (Рангелова, Кръстева 2012).

Таблица 2. Комбинаторни задачи в учебници и учебни пособия за ученици от 5 до 7 клас

Учебник, учебно пособие	Брой на задачи с алгебрично условие	Брой на задачи с геометрично условие	Брой на задачи от заобикалящата ни действителност
Пети клас [20]	2	5	-
[7]	2	8	-
[17]	6	-	-
[10]	1	1	-
[23]	7	1	4
Шести клас [21]	1	1	-
[8]	4	5	6
[18]	-	2	-
[24]	5	4	8
Седми клас [22]	4	2	-
[9]	1	6	-
[19]	-	1	-
[6]	-	15	7

Децата на тази възраст могат да събират, изваждат, умножават, степенуват и делят цели и дробни числа. Те трябва да разберат, че възможностите при дадена ситуация могат само да се събират и умножават. Правилата за тези две операции трябва не само да се знаят като факт, а да се знае кога и как се прилагат. Затова е добре да се започне с примери, с които може да се илюстрира прилагането и на двете правила. За целта предлагаме следната задача:

Задача 1. *Намерете броя на всички трицифрени естествени числа, които се записват с цифрите* $3,4,5,6,7,$ *като всяка от тях се използва само веднъж в записа на числото.*

Решение: Първо ще покажем използване на правилото за събиране на възможности. За целта построяваме дървото на възможностите.

След преброяване на последните раклонения на дървото получаване, че търсените числа на брой са 60. Можем да спестим време и труд, ако построим само един от петте големи клона и направим разсъждения за него. Получените 12 възможности са налице и за останалите четири случая. Търсените числа стават $12.5=60$.

Сега ще покажем използването на правилото за умножение на възможности. Нека търсеното число има запис $\overline{abc}$, където a, b и c са цифри измежду 3, 4, 5, 6, 7. За избора на цифрата a има пет възможности (всяка от цифрите 3, 4, 5, 6, 7). След като цифрата a е избрана, цифрата b се избира от остналите четири цифри, т.е. има четири възможности. Всяка възможност за избор на цифрата a се комбинира с всяка възможност на цифрата b или общо до момента възможностите са $5.4=20$. Цифрата c се избира от останалите три цифри (след избора на a и b), т.е. за нея има три възможности. Търсените числа са $20.3=60$ броя.

Правилото за умножение може да се види и обясни и от построеното дърво на възможностите. Първите пет клона означават пет възможности. Следващите разклонения са по 4 за всеки от тези клонове, което дава общо дотук $5.4=20$ възможности. Последните разклонения дават по 3 възможности за всеки от случаите. Така общо са $20.3=60$ числа.

За да се разберат и затвърдят тези две правила от всички ученици е необходимо да се разгледат още няколко задачи. Добре е задачите да са от различни области на прилагане на комбинаториката. В нашите разглеждания предлагаме задача с геометрично съдържание и задача близка до учениците от ежедневието. Всяка от тях отново се решава с прилагане на двете правила. При тяхното разглеждане децата са водещите, а учителят коментира, насочва, поправя грешни разсъждения.

Задача 2. *Дадени са осем различни точки. Да се намери броя на всички отсечки, определени от тези точки.*

Задача 3. *От хижа A до хижа B може да се стигне по три пътеки. От хижа B до хижа C – по четири пътеки. По колко начина могат да стигнат група ученици от хижа A до хижа C, минавайки през хижа B?*

Представяме само някои от предложенията на учениците за решаване на задача 2. Всички въведоха означения с големи букви от латинската азбука за дадените точки и предложенията за прилагане правилото за събиране на възможности са:

I предложение:

$AB, AC, AD, AE, AM, AN, AP$;

BC, BD, BE, BM, BN, BP;

CD, CE, CM, CN, CP;

DE, DM, DN, DP;

EM, EN, EP;

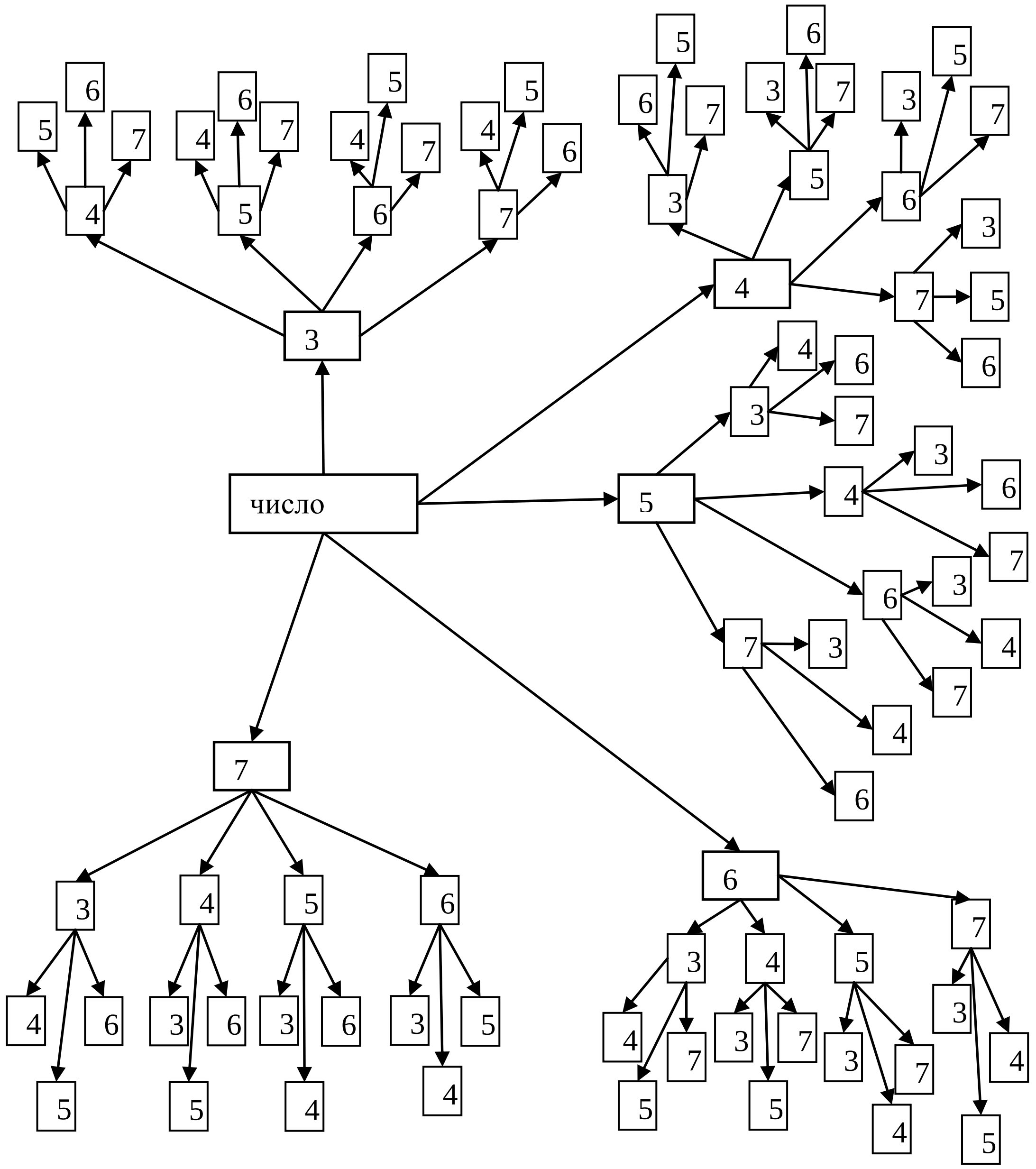
MN, MP;

NP

След преброяване се вижда, че търсените отсечки са 28.

II предложение: Всички отсечки с един край A са 7 броя (вторият край е всяка от останалите седем точки). С един край B са 6 броя (вторият край е всяка от останалите след нея 6 точки) и т.н. и се получава $7+6+5+4+3+2+1=28$ отсечки.

<u>III предложение:</u> Произволна точка от дадените се свързва с останалите 7 точки. Така се получават $8.7=56$ отсечки, но всяка от тях е броена по два пъти. Например отсечката AB е броена с начало A и край B и обратно с начало B и край A. Търсеният брой е $56:2=28$ отсечки.



Литература

Алашка, М., Алашка, Р., Паскалева, З. Сборник по математика за 4 клас. София, 2006.

Богданова, М., Никова, К., Георгиева, Н. Математика за 1 клас. София, 2008.

Богданова, М., Никова, К., Димитрова, Н. Математика за 2 клас. София, 2005.

Богданова, М., Никова, К., Димитрова, Н. Математика за 3 клас. София, 2006.

Богданова, М., Никова, К., Димитрова, Н. Математика за 4 клас. София, 2008.

Запрянов, З. Математика 7 клас (помагало за ЗИП). София, 2008.

Лозанов, Ч., Витанов Т., Калчева А. Математика 5 клас. София, 2006.

Лозанов, Ч., Витанов Т., Калчева А. Математика 6 клас. София, 2010.

Лозанов, Ч., Витанов Т., Калчева А. Математика 7 клас. София, 2008.

Лилкова, М., Узунова, К., Джонджорова, И. Математика 5 клас (пособие за ЗИП). София, 2009.

Манова, А., Рангелова, Р., Гарчева, Ю. Математика 2 клас. София, 2007.

Манова, А., Рангелова, Р., Гарчева, Ю. Математика 3 клас. София, 2008.

Манова, А., Рангелова, Р., Гарчева, Ю. Математика 4 клас. София, 2008.

Новакова, З., Иванов, С., Гарчева, Ю. Математика за 1 клас. Просвета, 2002.

Паскалева, З., Алашка, М. Сборник по математика за 2 клас. София, 2005.

Паскалева, З., Алашка, М. Сборник по математика за 3 клас. София, 2005.

Паскалева, З., Паскалев, Г., Алашка, М. Математика за 5 клас. София, 2006.

Паскалева, З., Паскалев, Г., Алашка, М. Математика за 6 клас. София, 2007.

Паскалева, З., Паскалев, Г., Алашка, М. Математика за 7.клас. София, 2006.

Петкова, С., Нинива, Ю., Тонова, Т. и др. Матаматика за 5 клас. София, 2006.

Петкова, С., Нинива, Ю., Тонова, Т. и др. Матаматика за 6 клас. София, 2007.

Петкова, С., Нинива, Ю., Тонова, Т. и др. Матаматика за 7 клас. София, 2008.

Рангелова, П., Кръстева, Ю. Задачи за изброяване на възможности (за ученици от 2 - 4 клас). София, 2012.

Рангелова, П., Кръстева, Ю. Преброяване на възможности (за ученици от 5 - 7 клас). София, 2012.

Тонов, И., Тонова, Т. Математика за 5 клас (помагало за ЗИП). София, 2007.

Тонов, И., Тонова, Т. Математика за 6 клас (помагало за ЗИП). София, 2007.