ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 4 ЮНИ 2014 г.

ТЕМА 2

Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез . За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.

1. Стойността на израза $\dfrac{\sqrt[3]{3^7}.\sqrt{27}.3^{-3}}{\sqrt[6]{3^5}}$ е:

   А) 1; Б) 0; В) $6\sqrt{3}$; Г) $4\sqrt[3]{3}$.

2. Стойностите на x, за които изразът $\dfrac{\lg(4-x)}{x-1}$ има смисъл са:

   А) $x\neq 1$; Б) $x\neq 1, x\neq 4$; В) $x\in(-\infty,1)\cup(1,4)$; Г) $x>1$.

3. Решенията на уравнението $3^{2x+1}-4.3^{x}+1=0$ са:

   А) 0 и -1; Б) 1 и $\dfrac{1}{3}$; В) 1; Г) 0.

4. Стойностите на параметъра k, за които корените на уравнението $x^2-kx-k+3=0$ удовлетворяват неравенството $x_1x_2(x_1+x_2)>0$ са:

   А) $k\in(-3,0)$; Б) $k\in(-\infty,-3)\cup(0,+\infty)$; В) $k\in(0,3)$; Г) $k\in(-\infty,0)\cup(3,+\infty)$.

5. Решенията на неравенството $\dfrac{\sqrt{x-1}}{x}<0$ са:

   А) $x\in(-\infty,0)$; Б) $x\in(1,+\infty)$; В) $x\in(0,+\infty)$; Г) няма решение.

6. Стойността на израза $\sin 13^\circ.\cos 17^\circ+\sin 77^\circ.\sin 17^\circ$ е:

   А) $-\sin 4^\circ$; Б) $\dfrac{1}{2}$; В) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; Г) $\cos 4^\circ$.

7. Ако сбора на втория и седмия член на аритметична прогресия е 4, то сумата S_8 на първите осем члена е равна на:

   А) не може да се определи; Б) 14; В) 20; Г) 16.

8. Ако 3 и $-\dfrac{2}{3}$ са корени на биквадратното уравнение $ax^4+bx^2+c=0$, $(a\neq 0)$, то останалите му корени са:

   А) 9 и $\dfrac{4}{9}$; Б) -3 и $\dfrac{2}{3}$; В) -3; Г) $\dfrac{2}{3}$.

9. Най-голямата стойност на $f(x)=-x^2+2x+4$ за $x\in[0,3]$ е равна на:

   А) 4; Б) 1; В) 5; Г) 3.

10. Диагоналът AC на равнобедрения трапец $ABCD$ е ъглополовяща на острия $\angle DAB$. Ако $P_{ABCD}=28$ см и $AB=13$ см, дължината на CD е:

    А) 3 см; Б) 5 см; В) 4 см; Г) 6 см.

11. Ъглополовящите AA_1 и BB_1 в $\triangle ABC$ се пресичат в точката O. Ако $\angle AA_1C + \angle BB_1C = 120^\circ$, то $\angle ACB$ е:

А) 120°; Б) 140°; В) 100°; Г) 150°.

12. В равнобедрения $\triangle ABC$ $(AC = BC)$ $AB = 24$ и $AC = 15$. Радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е:

А) 4; Б) 8; В) 5; Г) $3\sqrt{5}$.

Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.

13. Страните на $\triangle ABC$ имат дължини $AB = 7$ и $AC = 3$, а $\angle ACB = 120^\circ$. Да се намерят страната BC и радиуса на описаната около триъгълника окръжност.

14. В успоредник $ABCD$ диагоналите са $BD = \sqrt{76}$ и $AC = 14$, а $\angle ABC = 120^\circ$. Да се намерят дължините на страните AB и AD.

15. Решенията на неравенството $\log_{\frac{1}{3}}[\log_2(x+1)] > 0$ са:

16. Стойностите на параметъра k, за които уравнението $(k-2)x^2 - x + 2k + 1 = 0$ има корени с различни знаци са:

17. Границата $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ е равна на:

***Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи* 18 – 20. *Максималният брой точки за всяка задача е* 6.**

18. Четириъгълникът $ABCD$ е вписан в окръжност с диаметър страната AB, а дължината на страната $CD = 30$. Диагоналът AC е ъглополовяща на ъгъла $\angle BAD$, а $BD = 48$. Да се намерят дължините на AB, AD, BC и лицето на четириъгълника $ABCD$.

19. В триъгълник ABC $AB = 4$ см, $AC = 2$ см и дължината на ъглополовящата на $\angle BAC$ е $l = 2$ см. Да се намерят дължината на BC и радиуса на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност.

20. Числата a, b и c в този ред образуват намаляваща аритметична прогресия и имат сума равна на 15. Ако намалим второто число с 2, ще получим поредни членове на геометрична прогресия. Да се намерят числата a, b и c.

Пожелаваме Ви успешно представяне!