Задачи за точки и прави

I. *Точки от една права*

II. *Пресичане на повече от две прави в една точка*

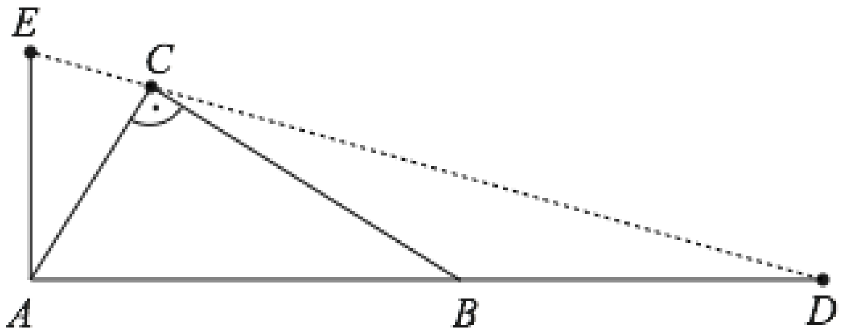
Проф. д-р Пенка Рангелова

Семинар на ФМИ

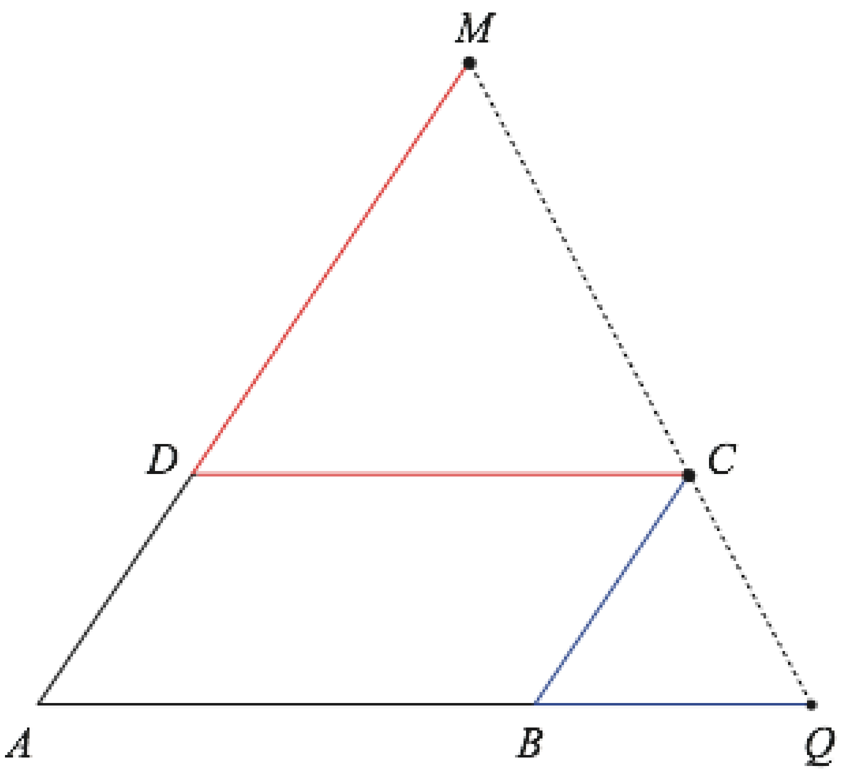
25–27.11.2014, гр. Хисар

Точки от една права

Изправен ъгъл

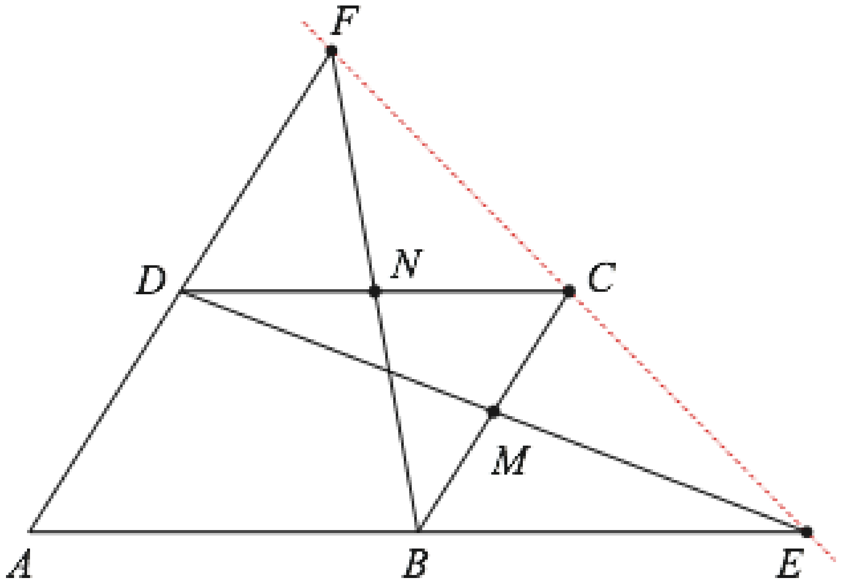


Черт. 1



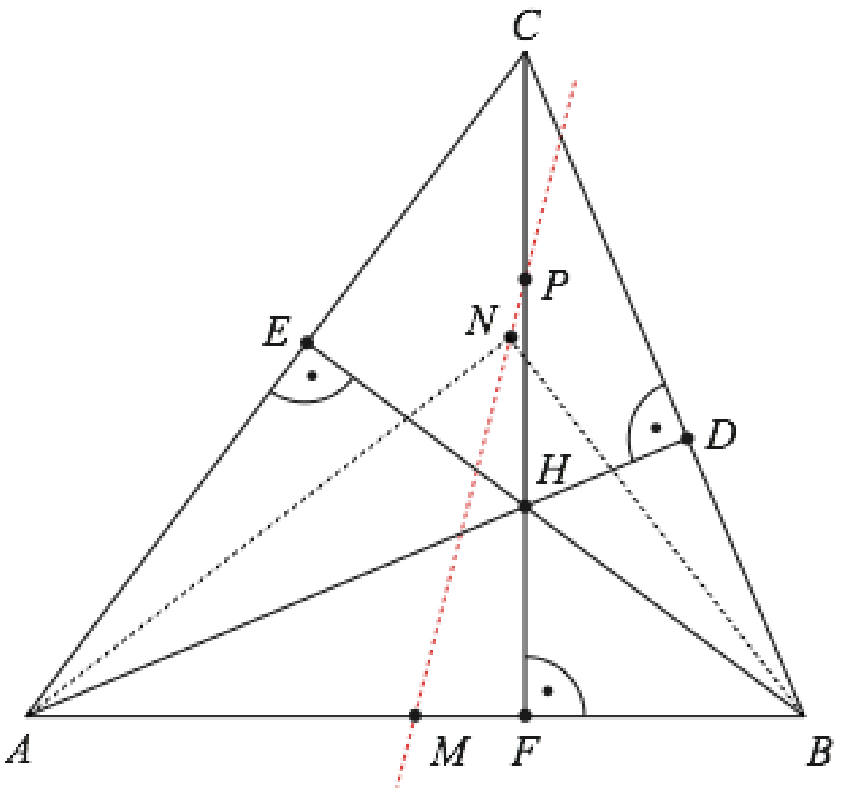
Черт. 2

Преход към аксиомата за успоредни прави



Черт. 3

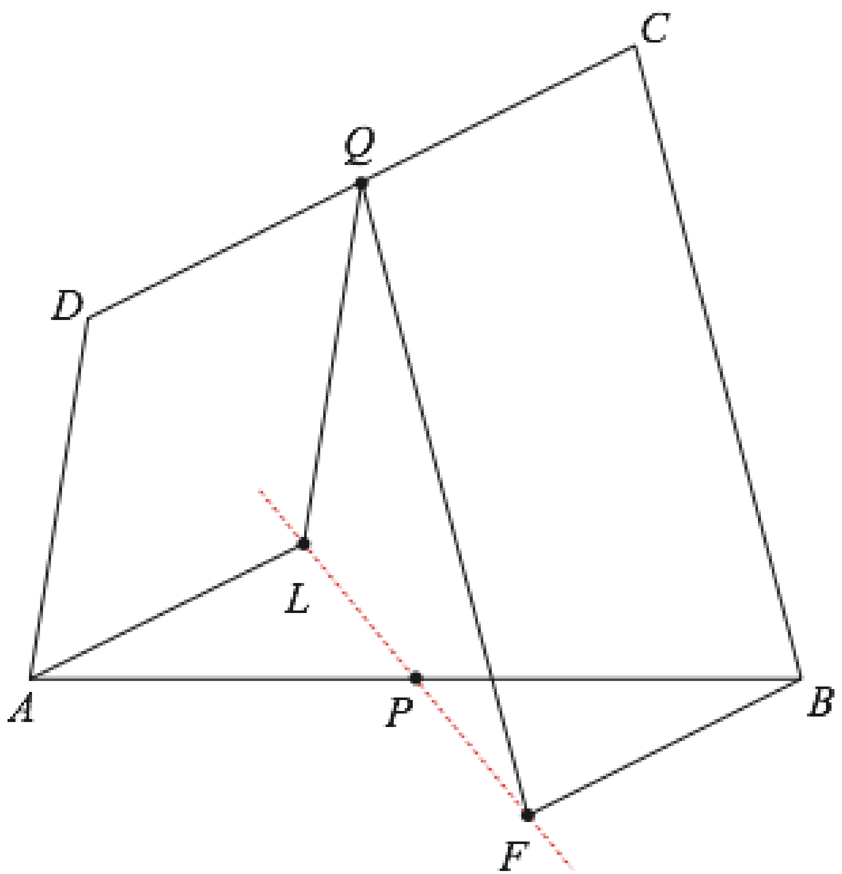
Медиана в триъгълника и симетрала на отсечка



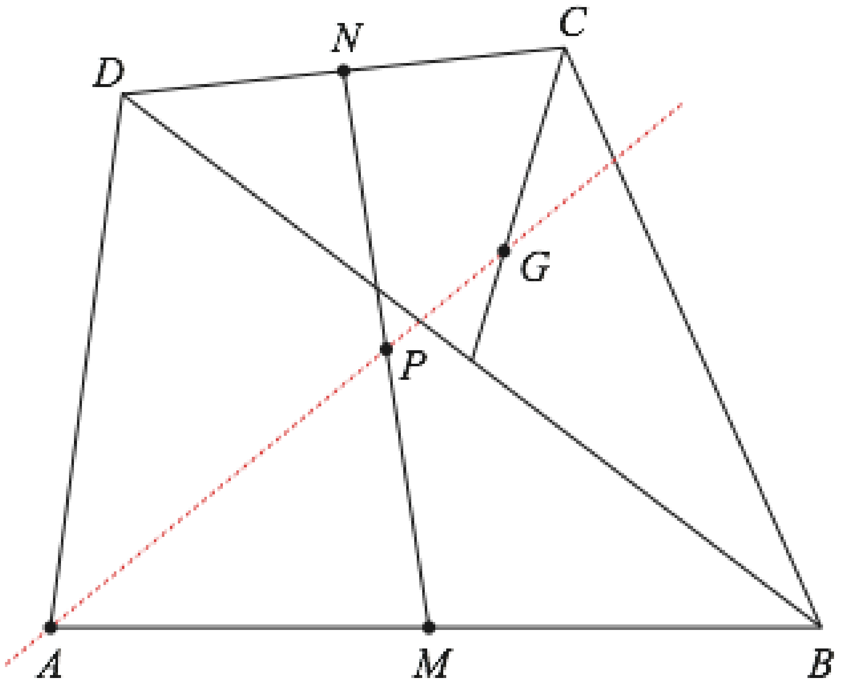
Черт. 4

Свойства на диагоналите в успоредника

Векторен подход

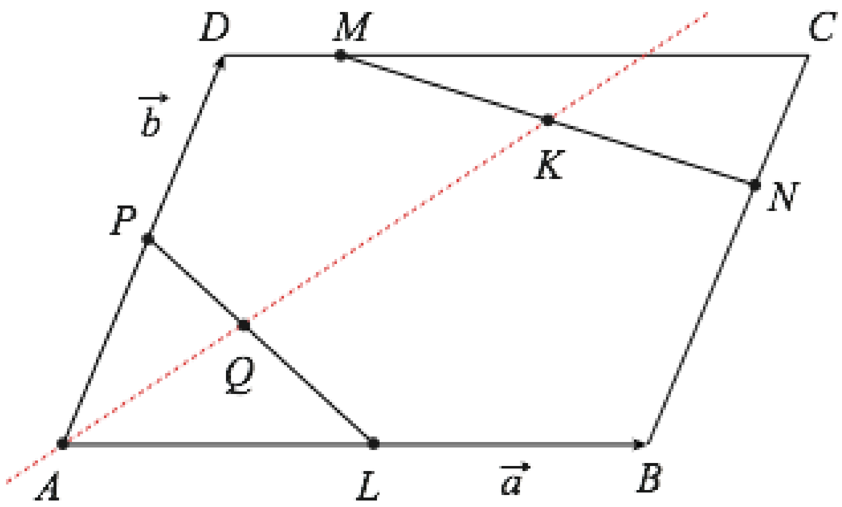


Черт. 5



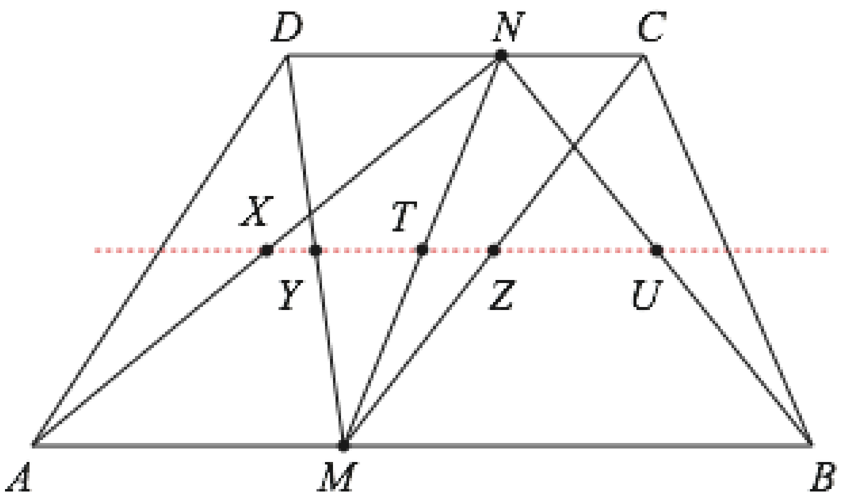
Черт. 6

Използване на векторна база в равнината



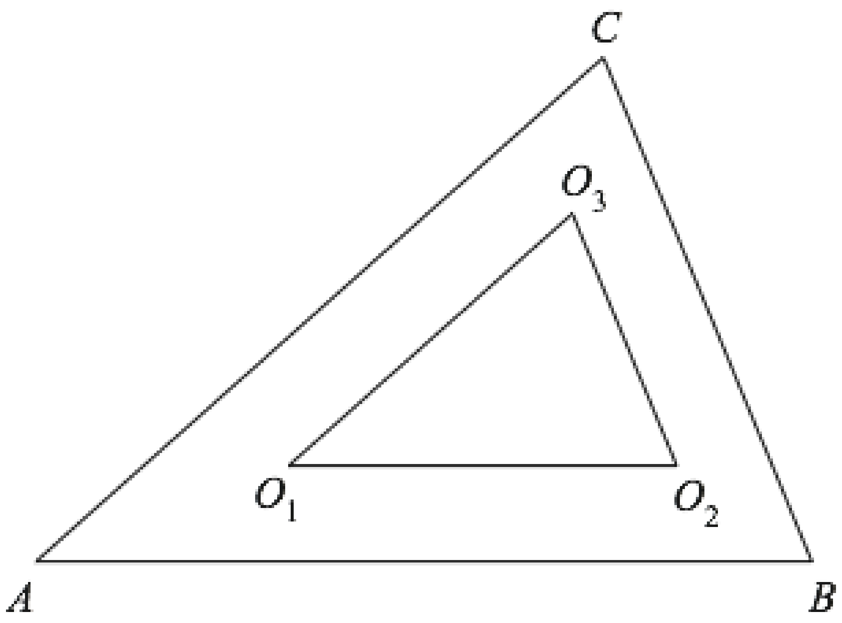
Черт. 7

Средна отсечка в триъгълник и трапец



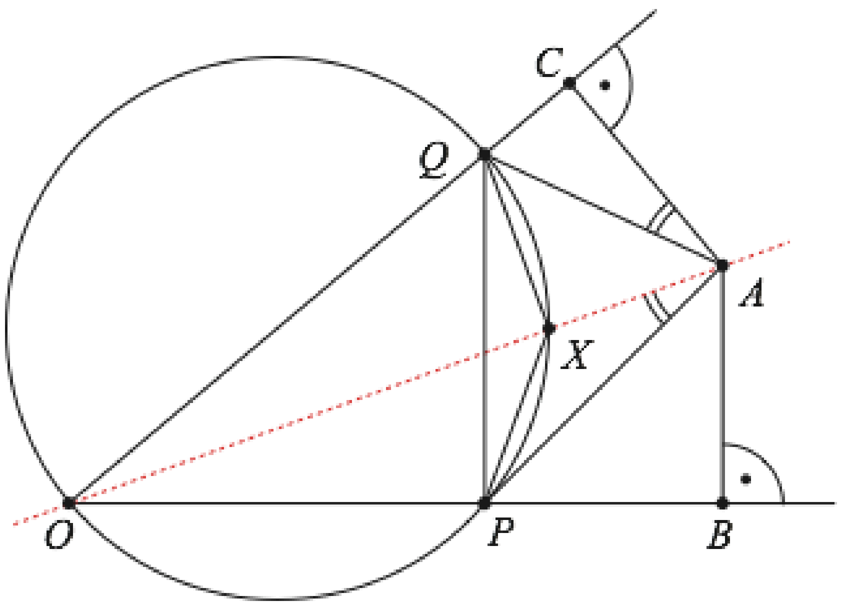
Черт. 8

Хомотетия



Черт. 9

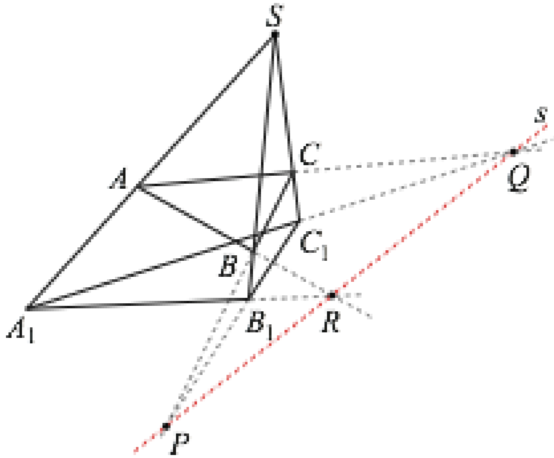
Видове ъгли в окръжността, свойства на вписания и описания четириъгълник



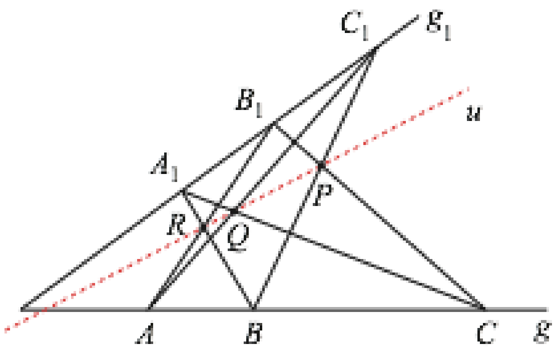
Черт. 10

Завършваме с проективни методи

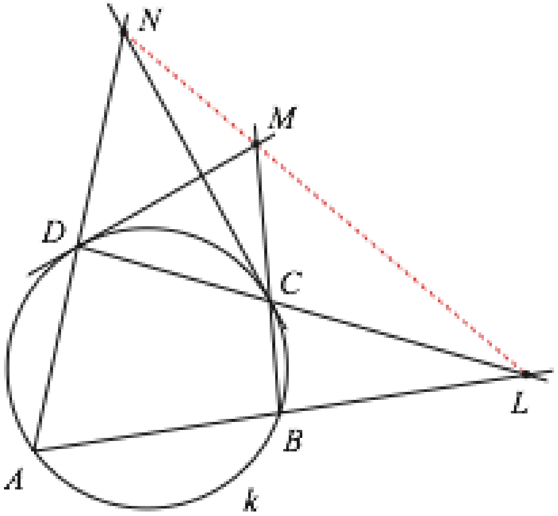
Теорема на Дезарг	Теорема на Пап	Теорема на Паскал



Черт. 11



Черт. 12



Черт. 13

Задачи от математически олимпиади

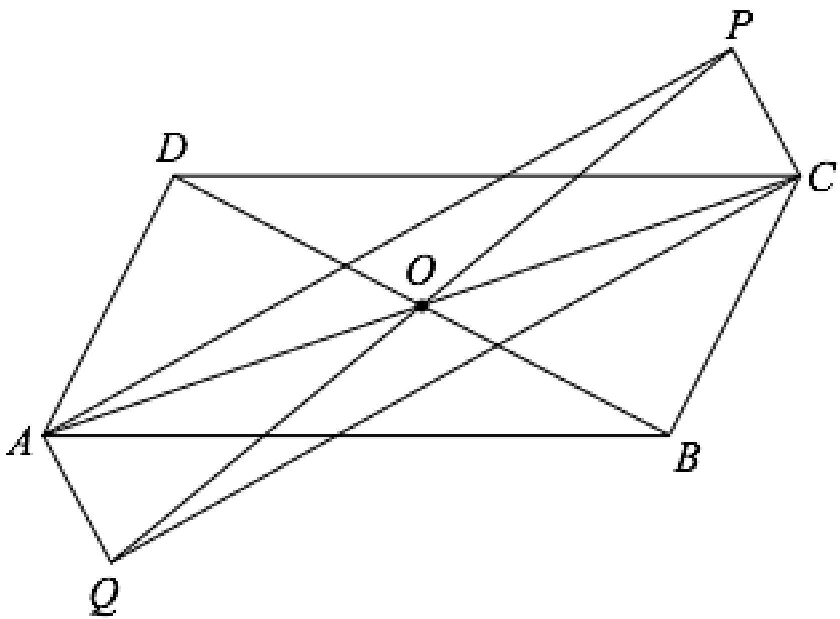
Зад. 1. Точката P лежи върху описаната около квадрата $ABCD$ окръжност. Точките P_1, P_2, P_3 и P_4 са симетрични на P относно правите AB, BC, CD и DA съответно. Докажете, че симетричните точки на P относно правите P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4 и P_4P_1 лежат на една права. (***Седми есенен математически турнир, 8–10.11.2013 г., София, секция БАН–СУ на СМБ***)

Зад. 2. Даден е остроъгълен ΔABC, за който $AB < AC$ и O е центърът на описаната около него окръжност k. Нека D е точка от отсечката BC така, че $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAD$ и E е втората пресечна точка на k и правата AD. Да се докаже, че средите на отсечките BE, OD и AC лежат на една права. (***Младежка балканиада по математика, 21–26 юли 2013, Анталия, Турция***)

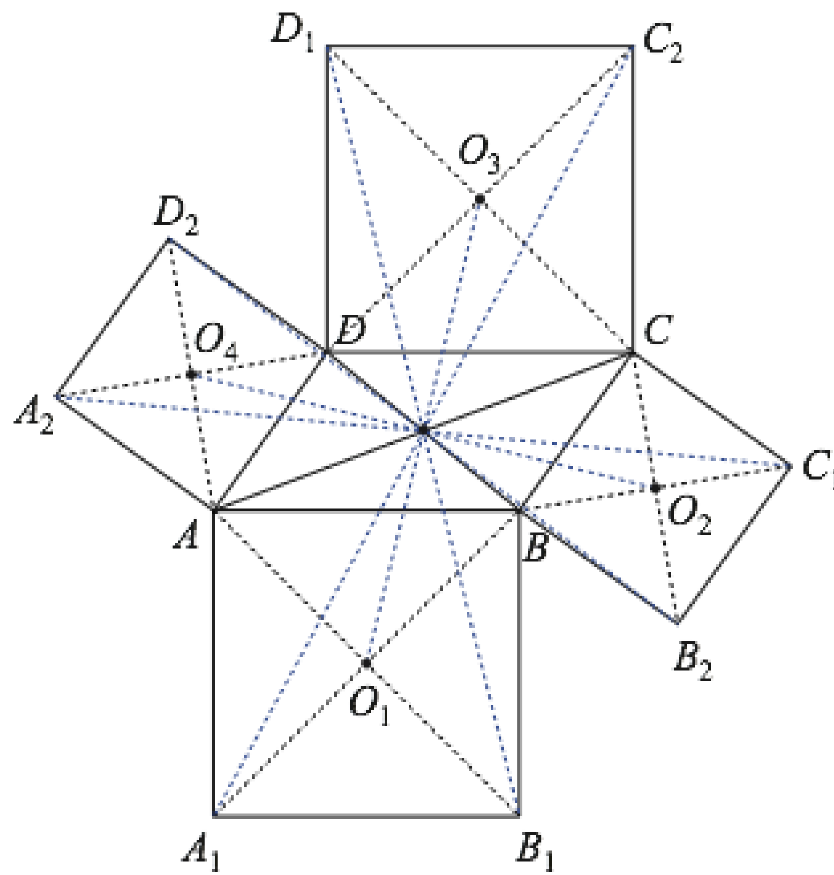
Зад. 3. За остроъгълния ΔABC с ортоцентър H и точка $W \in BC$ (различна от B и C) точките M и N са петите на височините съответно от B и C. Нека k_1 е описаната окръжност около ΔBWN, а X е диаметрално противоположната точка на W относно k_1. Аналогично, нека k_2 е описаната окръжност около ΔCWM, а Y е диаметрално противоположната точка на W относно k_2. Да се докаже, че X, Y и H лежат на една права. (***54. Международна олимпиада по математика, 18–28 юли, 2013, Санта Марта, Колумбия***)

Пресичане на повече от две прави в една точка

Свойства на диагоналите в успоредника

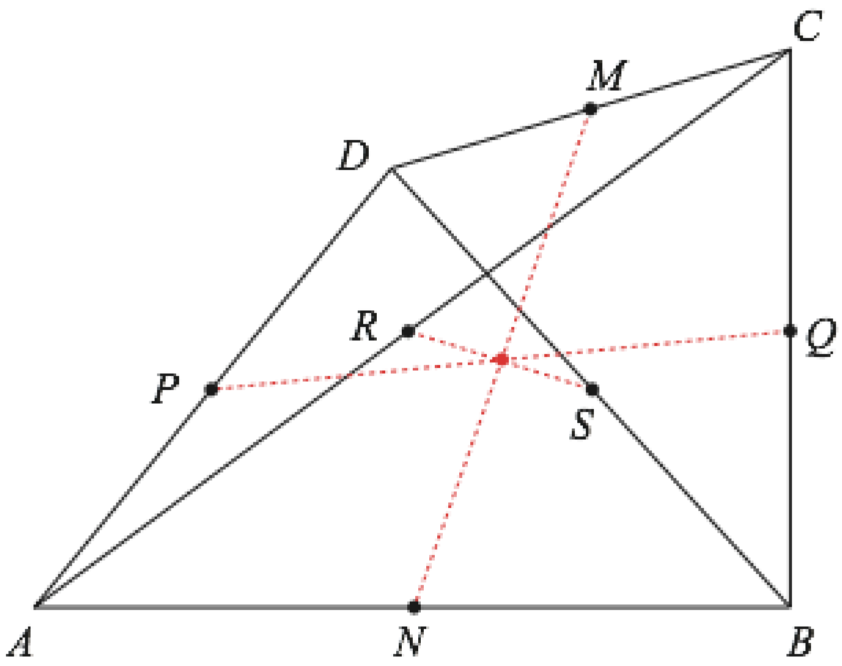


Черт. 1

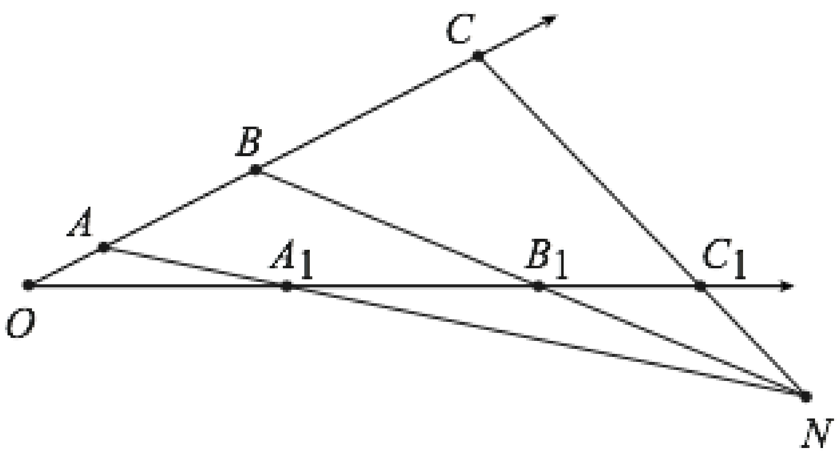


Черт. 2

Векторен подход

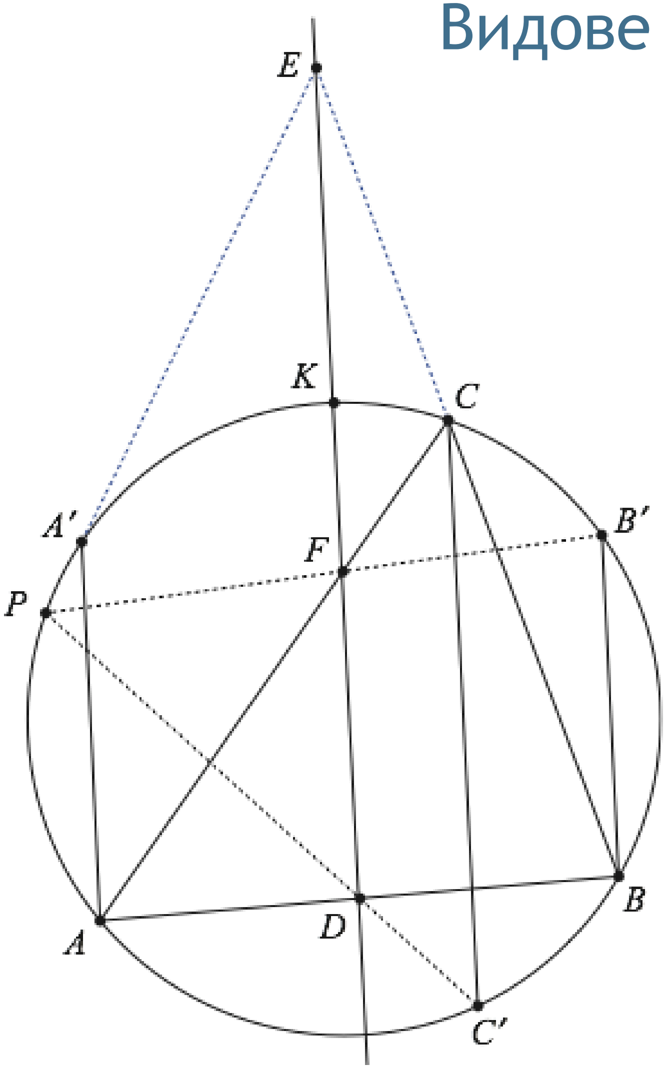


Черт. 3

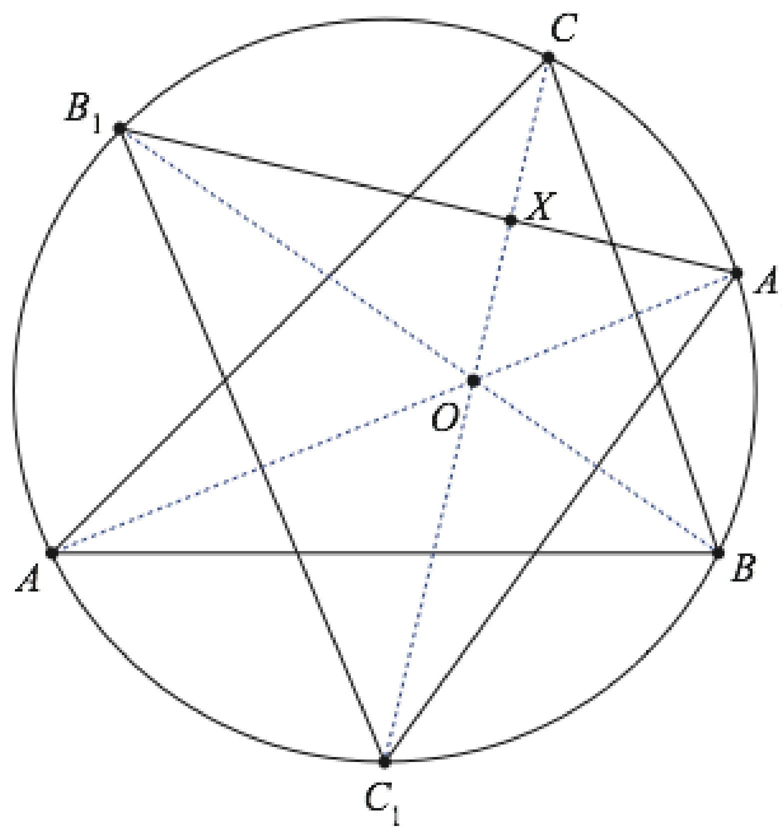


Черт. 4

Видове ъгли в окръжност

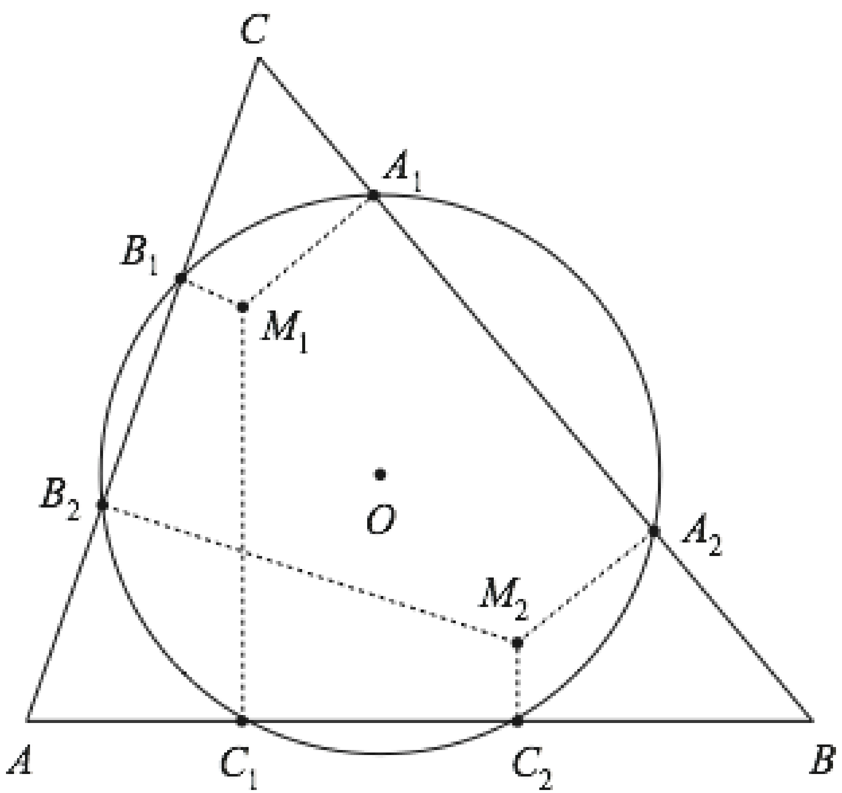


Черт. 5

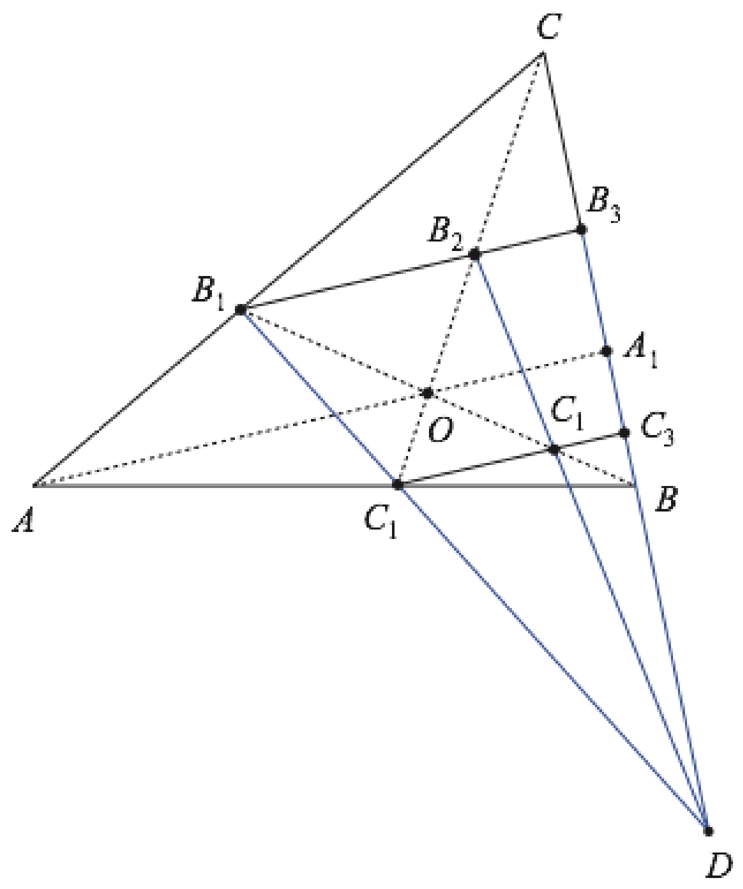


Черт. 6

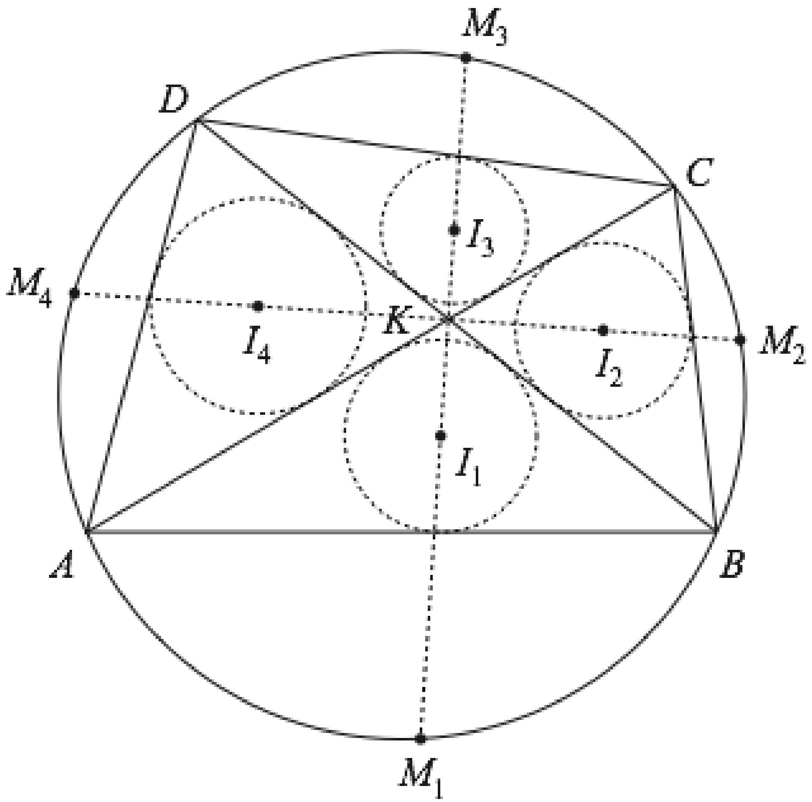
Еднаквост и подобие в равнината



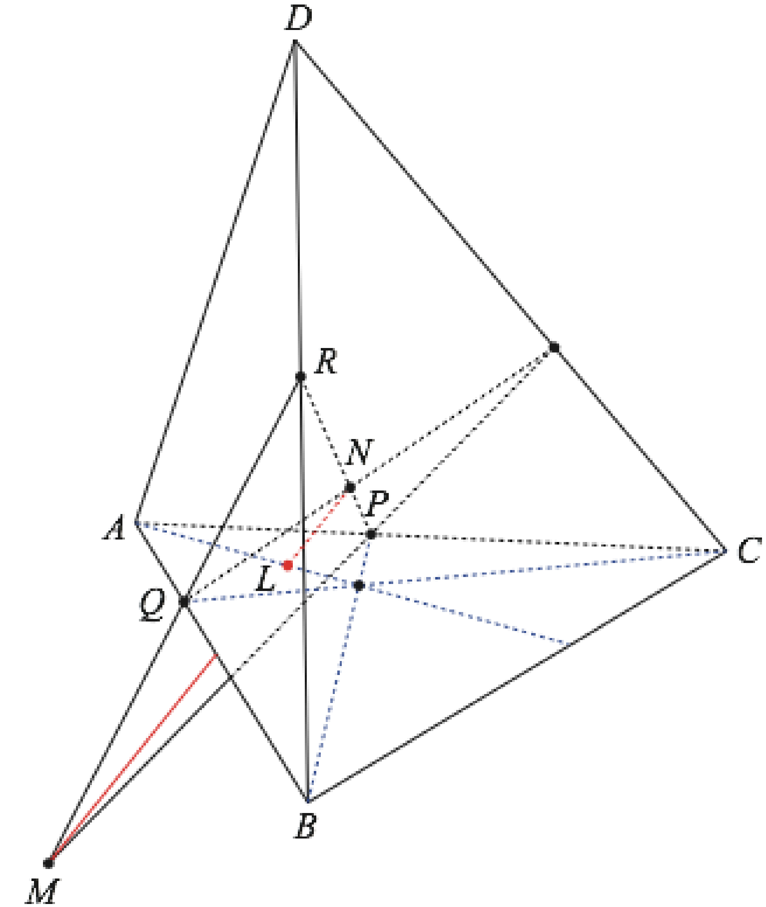
Черт. 7



Черт. 8



Черт. 9



Черт. 10