ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 06.07.2017 г.

ВАРИАНТ 1

Част I. Зачертайте със символа X буквата на единствения верен отговор на задачи 1–12. Поправка се допуска само чрез X. За всеки верен отговор: 1 точка, в останалите случаи: 0 точки.

1. Стойността на израза $\dfrac{\sqrt{6}-3}{\sqrt{6}+2}+\dfrac{\sqrt{6}+3}{\sqrt{6}-2}$ е:

А) $6\sqrt{6}$ Б) 12 В) $12\sqrt{6}$ Г) 6.

2. Сборът на две числа е 5, а произведението им е 6. Числата са корени на уравнението:

А) $x^2-5x+6=0$ Б) $x^2+5x+6=0$ В) $x^2-6x+5=0$ Г) $x^2-5x-6=0$.

3. Корените на уравнението $|x-1|=1-2x$ са:

А) 0 и $\frac{2}{3}$ Б) 0 и 1 В) 0 Г) $\frac{2}{3}$.

4. Стойностите на x, за които е дефиниран изразът $\sqrt{5-x}+\log_5(x+5)$, са:

А) $x\in(-5;5]$ Б) $x\in[-5;5]$ В) $x\in[-5;0)$ Г) $x\in[-5;5)$.

5. Корените на уравнението $\dfrac{x^3-x}{x-1}=0$ са:

А) 0 и 1 Б) -1 и 0 В) -1, 0 и 1 Г) -1 и 1.

6. Най-голямото цяло число, решение на неравенството $4^{x-2}\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2(x-1)}$, е:

А) 0 Б) 2 В) -1 Г) 1.

7. Стойностите на реалния параметър p, за които уравнението $x^2+px+p=0$ няма реални корени, са:

А) $p\in(4;+\infty)$ Б) $p\in[0;4]$ В) $p\in(0;4)$ Г) $p\in(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$.

8. Три числа са последователни членове на геометрична прогресия. Ако произведението им е 64, а частното на прогресията е 2, то най-голямото от числата е:

А) 4 Б) 6 В) 16 Г) 8.

9. Ъглополовящата BL на $\triangle ABC$ разделя страната AC на отсечки $AL=6$ и $CL=5$. Ако периметърът на $\triangle ABC$ е 33, то дължината на най-голямата му страна е:

А) 12 Б) 11 В) 10 Г) 13.

10. Медианите към бедрата на равнобедрения $\triangle\ ABC$ $(AC = BC)$ се пресичат под прав ъгъл. Ако $AB = 4$, то лицето на $\triangle\ ABC$ е:

А) 8 Б) 12 В) 24 Г) 16.

11. Диагоналите AC и BD на успоредника $ABCD$ се пресичат в точка O. Ако $AC = 10$, $BD = 6$ и $\measuredangle AOB = 120^\circ$, то дължината на AB е:

А) 49 Б) 9 В) $\sqrt{19}$ Г) 7.

12. Вписаната в равнобедрения трапец $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ окръжност се допира до бедрото AD в точка M, като $AM = 9$ и $DM = 4$. Радиусът на окръжността е:

А) 6 Б) 12 В) 5 Г) 10.

Част II. Отговорите на задачи 13–17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате 2 точки, иначе: 0 точки.

13. Ако $\operatorname{tg} 2\alpha = 4$, то стойността на израза $(1 - \operatorname{tg}\alpha)(1 + \operatorname{cotg}\alpha)$ е

$\boxed{}$.

14. Корените на уравнението $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) = 24$ са

$\boxed{}$.

15. Дължината на хипотенузата на правоъгълен триъгълник е $2\sqrt{10}$, а лицето му е 6. Дължината на по-големия от катетите на триъгълника е

$\boxed{}$.

16. Дължината на височината към основата на равнобедрен триъгълник и радиусът на вписаната в него окръжност са съответно 8 и 3. Дължината на бедрото на триъгълника е

$\boxed{}$.

17. Диагоналът AC на равнобедрения трапец $ABCD$ $(AB \parallel CD)$ е ъглополовяща на $\measuredangle BAD$ и перпендикулярен на бедрото BC. Ако $AB = 8$, то лицето на $ABCD$ е

$\boxed{}$.

Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18–20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.

18. Намерете корените на уравнението $2\log_2(x - 2) = 1 + \log_2(x + 10)$.

19. Намерете стойностите на реалния параметър k, за които неравенството $(k^2 - 2k)x^2 + 2(k + 3)x + 5 > 0$ е изпълнено за всяко реално число x.

20. Продължението на височината CH $(H \in AB)$ на равнобедрения $\triangle\ ABC$ $(AC = BC)$ пресича описаната около триъгълника окръжност в точка M. Ако $AB = 6$ и $CH = 4$, то намерете дължините на страните на четириъгълника $AMBC$ и лицето на $AMBC$.

Пожелаваме Ви успешно представяне!