

СЪЗДАВАНЕ НА ФИГУРИТЕ НА ХЛАДНИ ВЪВ ВИРТУАЛНА СРЕДА

Виктор Матански

Резюме. Ернст Хладни е един от първите учени, които са изследвали и документирали природния вълнов феномен на подредбата на материя, разположена върху твърда, вибрираща повърхност. Използвайки елементарна техника, той е успял да възпроизведе множество различни структури, които днес са наречени фигури на Хладни. Десетилетия по-късно, множество учени са използвали неговата работа с цел демонстрация и по-нататъшно разбиране на явлението резонанс. Днес, напредъкът на компютърните технологии разрешава симулацията на сложни природни събития, които съществуват във физическия свят. Още повече, виртуалният свят, съдържащ се в един компютър разрешава прецизната симулация на събития, които са все още хипотетични структури или все още невъзможни за възпроизвеждане от съвременната технология. Целта на тази статия е да представи прототип на контролирана виртуална среда, която да улесни създаването на множество различни сценарии, които да представят в детайл принципите изграждащи фигурите на Хладни. Подобна среда може да бъде използвана не само за илюстрацията и по-нататъшното разбиране на принципите на вибрацията, но също така може да послужи и за генерирането на ценни статистически данни.

Ключови думи: фигури на Хладни, компютърна визуализация, вибрация, резонанс

1. Въведение

Фигурите на Хладни представляват чудесна илюстрация на феноменалните принципи работещи в природата. За пръв път подробно документирани от физика Ернст Хладни в края на XVIII век, фигурите демонстрират резултата от

явлението резонанс върху двуизмерни повърхности. Всеки един обект притежава безкраен брой резонантни честоти. Когато един такъв обект започне да вибрира в резонантна на него честота и върху него има разположени фини частици, се образуват точки на стоящи вълни, към които частиците се ориентират. Комплексните форми, които тези точки образуват са наречени фигури на Хладни. Чрез използването на една доста елементарна техника, Хладни е успял да илюстрира различните режими на вибрация на твърди повърхности. През 1787 г. той публикува книгата „Открития върху теорията на звука“, в която описва своята методология. Тя се състои в прокарването на лък от цигулка по края на твърда плоскост, която е предварително фиксирана в своя център и посипана с фини частици (пясък, метална пудра) [1]. Резултатът от това действие е пренареждането на фините частици и ориентирането им към точките на стоящи вълни (зони на минимално трептене). Откритията на Хладни в сферата на физиката и неговите задълбочени изследвания върху трептенията на различни видове тела и газове са послужили за създаването на нов дял в механиката - експерименталната акустика.



Фигура 1. Фигурите на Хладни върху различни видове плоскости

Техниката на Хладни, в своя основен вид, се използва и до днес, щом става въпрос за илюстрирането на принципите прилежащи зад явленията трептене и резонанс, както и за направата на музикални инструменти. Единствената промяна, която техниката е претърпяла във времето е автоматизацията и механизацията на определени работни процеси, като например заместването на лъка от цигулка с вибрационен мотор, който е захранван от усилвател с честотен генератор. Въпреки тази автоматизация, изследването на подобен вид феномени е ограничено поради физичните обстоятелства, в които би следвало да се

проведат експериментите. В случая с фигурите на Хладни, ако трябва да се изследва трептене с по-висока сила или честота навлизаща в ултразвуковия спектър, то самата техника би била доста трудна за набавяне. Освен това, ако трябва да се правят тестове с много различни плоскости и съответно материали, самата работа по изследванията ще отнеме доста време и ресурси. Компютърните технологии позволяват създаването на симулационни среди, почти идентични до реалния физичен свят, които да пресъздават експерименталните условия, като в същото време спестят доста средства и премахнат определени ограничения свързани с механиката.

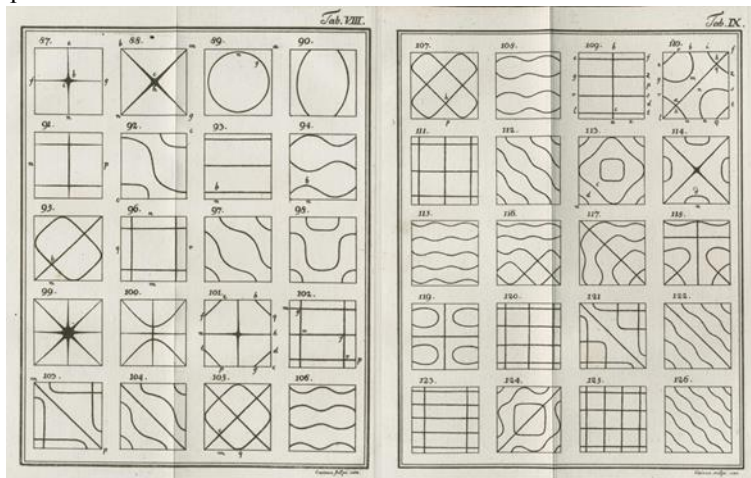
2. Обзор и история на фигурите на Хладни

В своята есенция, фигурите на Хладни представляват резултат от упражнението на вибрация с определена сила и честота върху един или много обекти. Формите във фигурите са идентични и повтарящи се, но не са напълно еднакви. Идеята за откриване и разпознаването на модели и шаблони може да се проследи до зората на човешката еволюция. Преди хиляди години, древните народи са използвали различни музикални инструменти и тяхната звукова възможност за произвеждане на форми и оказване на влияние в своите обредни практики. Барабанът е един от най-старите музикални инструменти познати на хората и най-вероятно ефектите на подредба на пясък върху вибриращото му покритие са познати от хилядолетия [2].

Въпреки това, най-ранната документирана информация за резонантните свойства на телата се появява едва през средновековието. Информация за подредбата на материя върху твърди тела, след прилагане на външна сила може да бъде открита в работата на Леонардо Да Винчи, Галилео Галилей, Робърт Хук и други [3].

Едва през XVIII век, саксонския учен и музикант Ернст Хладни успява да направи систематично изследване на този вибрационен феномен. Той е почерпил вдъхновение от работата на Георг Лихтенберг., който е успял да демонстрира формирането на канали при разпространението на електрически разряд, при които се отделя топлина и се образуват деликатни фигури. Хладни е имал за цел да развие новото за момента поле на експерименталната акустика и е започнал да изследва това явление в нейната перспектива [4]. Лихтенберг пръв успява да визуализира тази част от явлението електричество и по този начин да разкрие начинът, по който то се разпространява. От своя страна, Хладни пръв успява да документира резултатът от разпространение на звук през твърди тела, визуализирайки графики, които са резултат от самото влияние на звука.

Използвайки своята техника, Хладни е успял систематично да документира вибрационното поведение на няколко различни метални плоскости, повлияни от различни резонантни честоти.



Фигура 2. Фигурите на Хладни, таблица 8 и таблица 9 от книгата „Открития за теорията на звука“ [3]

В своята книга „Die Akustik“ [4], Хладни забелязва следната взаимовръзка отнасяща се до честотата на вибрация на плоски повърхности с фиксиран център: функция на числата m на диаметралните (линейни) възли и n на радиалните (обли) възли. Тя се изразява в следното уравнение, наречено законът на Хладни:

$$f = C(m + 2n)^p$$

Фигура 3. Законът на Хладни

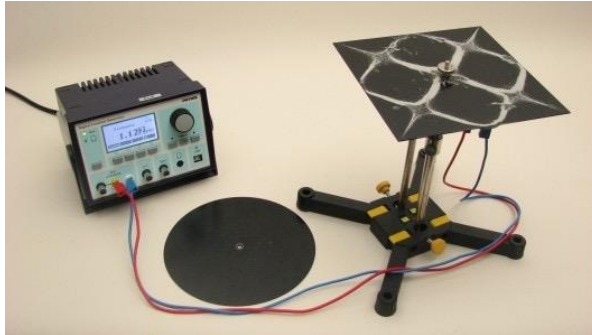
където C и p са коефициенти, които зависят от характеристиките на повърхността.

Макар огромния успех, който постига с документирането и представянето на фигурите из цяла Европа, Хладни не успява да изведе математическо обяснение за тяхното образуване. Частично решение е представено пред Парижката Академия на Науките от Мари-Софи Жермен през 1816 година. В последствие и други учени на времето си се залавят с решаването на този проблем, като някои от тях включват Чарлз Уийтстоун, Густав Кирхоф и Уолтър Риц.

$$N^2 \left(\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} \right) + \frac{\partial^4 z}{\partial t^2} = 0$$

Фигура 4. Последният вариант на уравнението представено от Жермен

Фигурите на Хладни са били изследвани и от немските философи Фридрих Ницше, Уолтър Бенджамин и Тиодор Адорно, които са забелязали в тях възможност за намиране на графични езици, възплътвящи звукова информация.



Фигура 5. Генериране на фигурите на Хладни в наши дни

През XX век, възпроизвеждането на фигурите на Хладни е било осъвременено. Немския учен Ханс Йени е използвал генератори на трептения и по този начин е успял да създаде доста прецизни условия за изследване на феномена причиняващ фигурите. Той е бил сред пионерите в използването на лабораторно създадени пиезоелектрични кристали. Чрез свързването им към усилватели и генератори на честоти, той ги е използвал с цел преобразуване на честоти към вибрации, които са били достатъчно силни, за да въведат експерименталните плочи в състояние на резонанс. Освен с фини частици, Йени е провеждал експерименти и с течности, смеси и различни други материали. Голяма част от работата му, продължила над 30 години, е публикувана в неговия труд, книгата „Киматика“ [5].

3. Проблематика

Пресъздаването на техниката на Хладни изисква определени ресурси, а провеждането на експерименти е ограничено от физическите възможности и точността на използваните уреди. Директен пример за това е, проверката на резултата от поведението на частици пясък върху квадратна повърхност, като честотата, която се прилага е над 16kHz. Освен това, наличието на разновидни

плоскости и материали в един експериментален инструментариум и комбинирането им би било голямо предизвикателство за изследователите.

Използването на компютърни технологии [6, 7] в този случай би улеснило процеса на изследване на този феномен, не само като спести време и ресурси, но и като позволи осъществяването на условия, които са трудни за пресъздаване от сегашната техника. Изследването на влиянието на честоти в диапазона под 20 Hz и над 20 kHz, тяхното взаимодействие с различни материали и намирането на корелации между ефекта на различните честоти би било много по-достъпно чрез моделирането на компютърни симулации.

Създаването на виртуална среда [8, 9], която да разполага с широк набор от различни плоскости и материали, както и генератор на вълни е възможно да предостави неизследвано поле за проява на явлениято резонанс, както и поведението на различни видове материали под влиянието на специфични честоти и повърхности.

4. Прототип

За да се предостави решение на изнесените в предишната част проблеми, на първо място трябва да се удовлетворят две основни условия:

- да се намери начин за изчисляването на амплитудните стойности на вълни, с определена честота, движещи се във фиксирано пространство.
- да се създаде виртуална среда, която да се управлява от физични закони и в която да се съдържат нужните обекти за създаване на фигурите на Хладни (плоскости, частици).

4.1 Реализация

За създаването на програмен прототип е използвана средата за разработка Processing 3, която е базирана на Java [10]. За по-точен и удобен контрол върху настройките на прототипа се използва библиотеката Minim, която разрешава интеграцията на външни MIDI устройства [11].

4.1 Първа част - генериране на фигурите на Хладни

Първата част от прототипа се състои в начертаването на фигурите на Хладни и намирането на амплитудата на трептене на всяка една част от повърхността. В случая изчисленията ще бъдат направени за плоскост с квадратна, правилна форма.

Уравнението, което се използва за намиране на амплитудата на всеки един от координатите на плоскостта (x , y) е следното:

$$result = \cos(n * \pi * x / L) * \cos(m * \pi * y / L) + \cos(m * \pi * x / L) * \cos(n * \pi * y / L)$$

където m е броя на диаметралните възли на стоящите вълни, n е броя на радиалните възли, L е дължината на плоскостта. На база стойността на $result$ се определя амплитудата на трептене и по този начин се намират координатите на стоящите вълни, вълни с амплитуда близка до 0, които образуват фигурите [12].

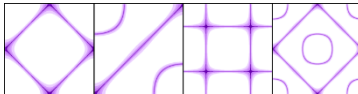
4.2 Втора част - създаване на виртуална среда

Втората част на прототипа представлява създаването на виртуална среда за симулация, в която една повърхност взаимодейства с множество частици, чрез определени физични сили [13].

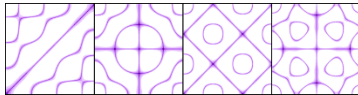
Поведението на всички обекти в прототипа се контролира от class Environment, които имплементира влиянието на основни физични сили. Генерирането на повърхност се изпълнява от class Surface, който в случая създава квадратна плоскост с дължина L . Генерирането и контрола над частиците се изпълнява от class ParticleSystem. Class Particle отговаря за характеристиките на частиците, като координати (x, y, z), тегло, размер, цвят, както и компоненти като сила на триене, посока на движение, скорост, ускорение и еластичност [14].

5. Резултати

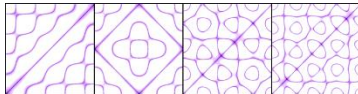
5.1. Фигури на Хладни в 2D



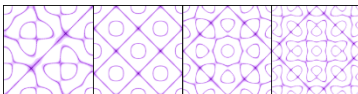
Фигура 6. Фигурите на Хладни при $m = 2, n = \{0, 1, 2, 4\}$



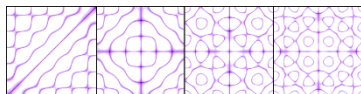
Фигура 7. Фигурите на Хладни при $m = 3, n = \{4, 5, 6, 7\}$



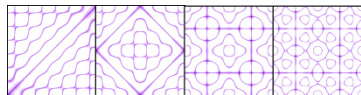
Фигура 8. Фигурите при Хладни за $m = 4, n = \{5, 6, 9, 11\}$



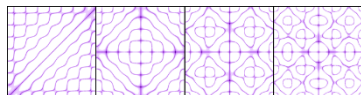
Фигура 9. Фигурите на Хладни за $m = 4, n = \{7, 8, 10, 14\}$



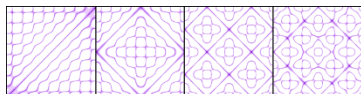
Фигура 10. Фигурите на Хладни за $t = 5$, $n = \{6, 7, 11, 13\}$



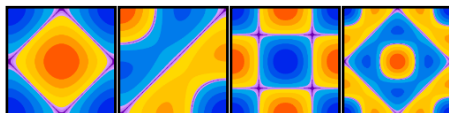
Фигура 11. Фигурите на Хладни за $t = 6$, $n = \{7, 8, 10, 14\}$



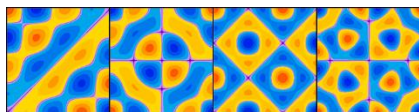
Фигура 12. Фигурите на Хладни за $t = 7$, $n = \{8, 9, 11, 13\}$



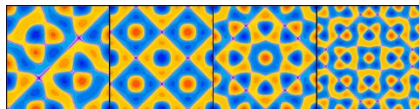
Фигура 13. Фигурите на Хладни за $t = 8$, $n = \{9, 10, 12, 14\}$



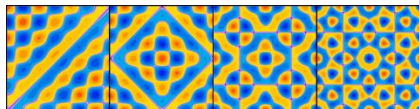
Фигура 14. Фигурите на Хладни при $t = 2$, $n = \{0, 1, 2, 4\}$



Фигура 15. Фигурите на Хладни при $t = 3$, $n = \{4, 5, 6, 7\}$



Фигура 16. Фигурите на Хладни за $t = 4$, $n = \{7, 8, 10, 14\}$

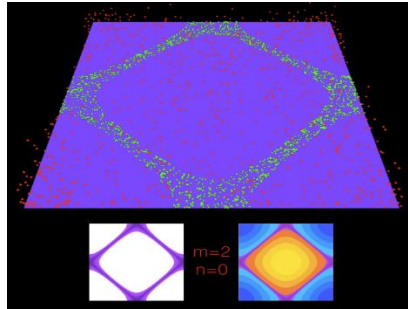


Фигура 17. Фигурите на Хладни за $t = 6$, $n = \{7, 8, 10, 14\}$

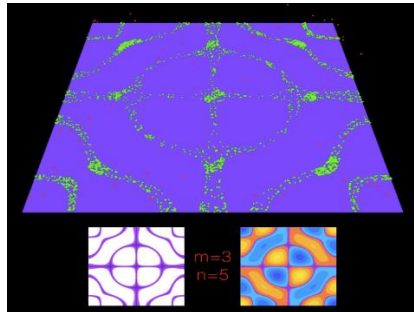
Във фигури 14–17 може да се наблюдава целият амплитуден спектър на вълните участващи в трептенето на квадратна плоскост, като стойностите на амплитудата са от -1 (син цвят) до 1 (червен цвят), а стоящите вълни в лилав.

6.2 Образуване на фигури на Хладни в 3D

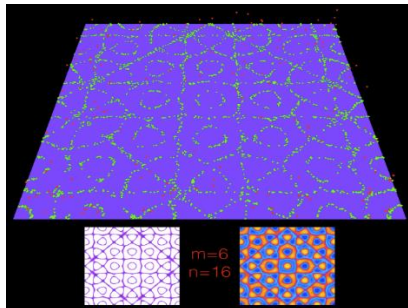
В симулациите са използвани 4500 частици, които при стартиране на програмата падат от разстояние директно върху самата плоскост. При промяна на параметрите на уравнението, образуващо самите фигури, частиците се пренареждат. Обектите оцветени в зелено са в състояние на покой, а тези оцветени в червено са в състояние на движение.



Фигура 18. 3D симулация на образуването на фигури на Хладни



Фигура 19. 3D симулация на образуването на фигури на Хладни



Фигура 20. 3D симулация на образуването на фигури на Хладни

7. Заключение и по-нататъшно развитие

Изработеният прототип върши добра работа в демонстрирането на явлениято резонанс и визуализацията на фигурите на Хладни, дори при наличието на хиляди частици. Той не изисква големи ресурси за възпроизвеждане на експеримента и може да бъде лесно разпространен, включително като web приложение с образователна цел [15].

Данните събрани от базовия прототип предвиждат по-нататъшната разработка на допълнителни видове повърхности и частици. Предстоящото развитие предполага и създаването на допълнителна функционалност, включваща в себе си изчисляване и събиране на статистически данни, отнасящи се до поведението на частиците под влиянието на динамично променящи се честоти на трептене [16, 17].

Благодарности

Тази работа е подпомогната по проекта ФП17-ФМИ-008 към НПД на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“.

Литература

- [1] Chladni, E., *Entdeckungen über die Theorie des Klanges*, Volume 1, Breitkopf und Hartel, Leipzig, 1787.
- [2] Eliade, M., *The encyclopedia of religion*, Vol. 4, Macmillan, New York, 1987.
- [3] Wheatstone, C., *On the Figures Obtained by Strewing Sand on Vibrating Surfaces, Commonly Called Acoustic Figures*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1833.
- [4] Chladni, E., *Treatise on Acoustics, The First Comprehensive English Translation of E.F.F. Chladni's Traité d'Acoustique*, Springer, ISBN: 978-3-319-20361-4.
- [5] Jenny, Hans, *Cymatics: A Study of Wave Phenomena & Vibration*, 3rd edition, MACROmedia Publishing, 2001.
- [6] Valchanov, N., T. Terzieva, V. Shkurtov and A. Iliev, Architecture of extensible computation driven systems, Mathematics and mathematical education, *Proc.of 39th spring conference of Union of Bulgarian Mathematicians*, 06–10 April 2010, Albena, Bulgaria, 2010, 207–211.
- [7] Iliev, A., G. Hristozov and T. Terzieva, Software environment for dynamic models presentation with statistics, *National Conference "Education in the Information Society"*, Plovdiv, 2006, 38–43.
- [8] Valchanov, N. and A. Iliev, Implementation of graphical simulation environment for mathematical models, *Fundamental and Complementary Science*, "Mirceacel

- Batran” Naval Academy Scientific Bulletin*, Constanta, Romania, Vol. XIV (2), 2011, 222–228.
- [9] Valchanov, N., P. Petkova and A. Iliev, Integration of computational library for simulation mathematical models in web-based system for courses management, *Proceedings of the Jubilee National Conference with international participation “Tradition, directions, challenges”*, Paisii Hilendarski University of Plovdiv – branch Smolyan, 50 years Scientific and Educational Institution in the Rhodope Mountains, 19–21.10.2012, 2012, 89–94.
- [10] Processing IDE, (<https://www.processing.org/>).
- [11] MidiBus Library, (<https://github.com/sparks/themidibus>).
- [12] Илиев, А., Т. Терзиева, Г. Христов и Н. Вълчанов, Анализ на съвременни софтуерни системи за динамични модели, сборник доклади от Националната конференция „Образованието в информационното общество“, Пловдив, 13-14 октомври, 2006, 132–137, ISBN: 954-8986-22-1.
- [13] Shiffman, D., *The Nature of Code: Simulating Natural Systems with Processing*, 1 edition (December 13, 2012).
- [14] Valchanov, N. and A. Iliev, Workflow Optimization using Intelligent Business Information Systems, *Proceedings of the International Conference “Systems Management Business in Small and Medium Enterprises”*, Svishtov, 23–24 April 2010, 107–112.
- [15] Илиев, А., Н. Кюркчиев, Н. Вълчанов, Т. Терзиева и Т. Тодоров, Уеб базирана паралелизирана система за решаване на алгебрични уравнения от произволна степен, *Сборник с доклади от Националната конференция „Образованието в информационното общество“*, Пловдив, 12–13 май, 2009, 59–66, ISBN: 978-954-8986-30-4.
- [16] Илиев, А., *Имитационно моделиране. Изграждане на софтуерна среда за представяне на детерминирани динамични модели*, Университетско издателство „Паисий Хилендарски“, Пловдив, 2011, ISBN: 978-954-423-713-4.
- [17] Iliev, A. and N. Kyurkchiev, *Nontrivial Methods in Numerical Analysis: Selected Topics in Numerical Analysis*, LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrücken, 2010, ISBN: 978-3-8433-6793-6.

Факултет по математика и информатика
Пловдивски университет
Бул. „България“ 236, 4003 Пловдив, България
Email: viktor_matanski@yahoo.com

FORMATION OF CHLADNI PATTERNS IN VIRTUAL ENVIRONMENT

Viktor Matanski

Abstract. Ernst Chladni was one of the first scientists to explore and document the natural wave phenomenon of alignment of matter, positioned on a rigid, vibrating surface. Using a simple technique he managed to repeatedly produce various patterns that are today known as Chladni figures. Centuries later many have used his work as a foundation to demonstrate and further approach the compelling experience of resonance. Nowadays, the advancement of computer technologies allows the simulation of complex natural occurrences that exist in the physical world. Even more, the virtual world that is held within a computer allows the precise simulation of events that are still hypothetical constructs and in certain cases impossible for modern day technology to reproduce. The aim of this paper is to present a prototype for a controlled virtual environment which can facilitate a variety of different scenarios that express in detail the principles constructing the Chladni figures. Such environment can be used not only for the illustration and further understanding of the principles of vibration but also for the generation of valuable statistical data.

Keywords: Chladni figures, computer visualisation, vibration, resonance