

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 29 ЮНИ 2021 г.

Вариант 1

Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез X. За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.

1. Ако $a - b = 3$ и $ab = 10$, то израза $a^2 + b^2$ има стойност равна на:
А) 9 Б) 100 В) 29 Г) 19.
2. След като се преобразува израза $(\sqrt{5} - 1)^2 - (\sqrt{5} + 1)^2 + 3\sqrt{5}$ се получава:
А) $-\sqrt{5}$ Б) $\sqrt{5}$ В) $\sqrt{5} - 1$ Г) $1 - \sqrt{5}$.
3. Кое от посочените числа е решение на неравенството $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x} \geq \frac{1}{x^2 + 2x}$?
А) -2 Б) -1 В) 0 Г) 1.
4. Функцията $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt[3]{x-2}}$ е дефинирана за:
А) $x \in (-\infty, 3]$ Б) $x \in (-\infty, 2) \cup (2, 3]$ В) $x \in [3, +\infty)$ Г) $x \in (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$.
5. Най-малката стойност на функцията $f(x) = 3\cos 2x - 1 + 2\sin^2 x$ е:
А) -4 Б) -2 В) 2 Г) 0.
6. Ако $A = \log_2 104 - \log_2 13$, то стойността на израза A е:
А) 8 Б) 2 В) 9 Г) 3.
7. Произведението от корените на уравнението $4^{x^2-3x} - 1 = 0$ е:
А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3.
8. Ако $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ и $\cos \beta = -\frac{24}{25}$, $90^\circ < \beta < 180^\circ$, то $\cos(\alpha + \beta)$ е равно на:
А) $\frac{117}{125}$ Б) $-\frac{3}{5}$ В) $\frac{7}{25}$ Г) $-\frac{117}{125}$.
9. В правоъгълен триъгълник медианата към хипотенузата е m и един от острите ъгли е 30° . Радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е:
А) $\sqrt{3}m$ Б) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}m$ В) $\frac{\sqrt{3}}{2}m$ Г) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}m$.
10. В $\triangle ABC$ точките M и N са среди съответно на страните AC и BC . Ако лицето на $\triangle MNC$ е 6 cm^2 , то лицето на четириъгълника $ABNM$ е:
А) 6 cm^2 Б) 12 cm^2 В) 18 cm^2 Г) 24 cm^2 .

11. Даден е трапец с дължини на диагоналите $\sqrt{3}$ и 3, и ъгъл между тях 150° . Сборът от дължините на основите е:

- А) $\sqrt{21}$ Б) $\sqrt{21}$ или $\sqrt{3}$ В) $\sqrt{11}$ или $\sqrt{3}$ Г) $\sqrt{3}$.

12. Даден е $\triangle ABC$ със страни $AB=9$, $BC=6$ и $AC=12$. Дължината на ъглополовящата CL ($L \in AB$) на $\angle ACB$ е:

- А) $2\sqrt{6}$ Б) 8 В) 7 Г) $3\sqrt{6}$.

Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.

13. Решенията на уравнението $|x^2 - x| = 2x - 2$ са:

14. Реалните корени на уравнението

$$x^2\sqrt{2-x} - 4\sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} \text{ са:}$$

15. Броят на целите числа, които са решение на системата

$$\begin{cases} 2^{x-4} < 128 \\ x+1 > 27^{\log_3 2} \end{cases} \text{ е:}$$

16. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ със страни $AC=BC=a$ и $\angle BAC = 30^\circ$. Радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е:

17. Даден е успоредник $ABCD$ със страни $AB=9$, $AD=6$ и ъгъл между диагоналите, равен на 60° . Лицето на успоредника е:

Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18 – 20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.

18. Да се реши системата
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{x}{2(y-1)} - \frac{y^2 + 6x}{xy - 4} = \frac{x - y - 1}{x + 1} \end{cases}$$

19. За кои стойности на реалния параметър k уравнението $x^2 + (2-k)x + k + 1 = 0$ има отрицателни корени?

20. Даден е $\triangle ABC$ с $\angle BAC = 60^\circ$ и $AB:AC = 5:4$. Лицето на триъгълника е равно на сумата на първите девет члена на аритметична прогресия с пети член, равен на $5\sqrt{3}$. Да се намери дължината на страната BC , височината от върха C към страната AB и радиуса на описаната около триъгълника окръжност.

Пожелаваме Ви успешно представяне!