

ИНТЕРАКТИВЕН УРОК ЗА ИЗУЧАВАНЕ НА ТЕМАТА „ПРОИЗВОДНА НА ФУНКЦИЯ“

Денислав Маринов^{1,*}, Добринка Милушева-Бойкина²

^{1,2} Факултет по математика и информатика,
Пловдивски университет „Паусий Хилендарски“, бул. „България“ № 236А

^{1,*} Автор за кореспонденция: denislav.marinov@uni-plovdiv.bg

² boikina@uni-plovdiv.bg

Резюме. Статията представя интегриран урок върху темата „Производна на функция“ в профилираната подготовка по математика за 11. клас. Акцентът е поставен върху прилагането на интерактивни методи и дигитални инструменти за подпомагане усвояването на математическите понятия и тяхното практическо приложение. Подчертават се предимствата на интерактивния модел – повишаване на знанията и уменията, ангажираност и трайна мотивация за учене.

Ключови думи: интерактивно обучение; производна на функция; математически анализ; профилирана подготовка

Въведение

Настоящите тенденции в образованието извеждат на преден план необходимостта от иновативни педагогически подходи, които поставят учениците в активна позиция. Успешен пример е интерактивното обучение – диалогичен и сътруднически модел, който чрез групови дейности, дискусии, игри и дигитални инструменти подпомага по-дълбокото разбиране на понятията и тяхното практическо приложение [1]. Този модел не само поддържа интереса към сложната учебна материя, но и развива ключови компетентности като критическо мислене, креативност и работа в екип – качества, необходими в динамичния свят на XXI век [3].

Статията има за цел да покаже как интегрирането на интерактивни практики повишава ефективността на обучението при усвояване на понятието „производна на функция“. Това е реализирано чрез интерактивен

урок за въвеждане и затвърждаване на понятието, в който комбинираме дигитални инструменти и групова работа. Този подход не се ограничава с предаването на нови знания, а стимулира познавателната активност на учениците и подпомага разбирането на абстрактни математически идеи чрез практическо.

Методология на изследването и цели на урока

Методологията на настоящото изследване включва: наблюдение, ресурси (работни листове), резултати от Wayground, анализ, рефлексия.

Темата „Производна на функция“ заема централно място в профилираната подготовка по математика. В таблица 1 е представена рамката на урока, както и основната информация за неговата реализация, а в таблица 2 – целите. Урокът реализирахме като първи – въвеждащ в раздела. Така той се вписва в учебното разпределение и дава основата за следващите уроци.

Таблица 1. Рамка на урока

Тема на урока	Производна на функция
Вид на урока	Урок за нови знания
Междупредметни връзки	Физика и астрономия, информационни технологии
Продължителност	1 учебен час
Капацитет	клас от ученици (25-26 ученици), разделени предварително на групи от по трима до петима ученици
Необходими инструменти	Предварително подготвени работни листове и лаптоп за всяка група

Таблица 2. Цели на урока

Когнитивни цели	Афективни цели
Познават понятието „производна на функция“.	Проявяват интерес към приложението на математиката извън класната стая.
Познават понятието „диференчно частно“.	Изграждат положителна нагласа към абстрактни понятия чрез интерактивност.
Дефинират понятието „производна на функция“ чрез понятието „граница на функция“.	Развиват увереност и мотивация за учене в групови дейности.
Познават табличните производни.	Поемат отговорност за собственото си учене и това на групата.

Ход на урока

Урокът структурирахме в пет етапа, следващи принципите на методиката на обучение по математика.

1. Актуализация на знанията и подготовка за въвеждане на ново съдържание. В началния етап на урока се прилага интерактивна техника „мозъчна атака“, реализирана чрез платформата Wordwall. Използването на приложението позволява бързо активиране на предварителните знания в игрова форма и повишава мотивацията за участие още в самото начало. Дискусията започва с въпроси, които водят учениците от интуитивни наблюдения за движение и време („Кога казваме, че едно тяло се движи по-бързо и как измерваме това?“), към математическото моделиране чрез функция („Какво можем да кажем за скоростта, ако е дадена функцията на пътя?“). Сравнението между средна и моментна скорост поражда познавателен конфликт, който се задълбочава чрез въпроса за измерване в конкретен момент. Финалният въпрос („Как можем да опишем промяната чрез числа?“) подготвя естествения преход към дефиницията на производна чрез граница. По този начин актуализацията едновременно активира наличните знания и провокира познавателна потребност от усвояване на новото съдържание.

2. Въвеждане на ново знание. Новото съдържание се въвежда чрез групова работа с предварително подготвени дигитални работни листове в Padlet, където се създават условия за сътрудничество и визуализиране на решенията в реално време, което улеснява обсъждането и взаимното учене между учениците. Работните листове са структурирани така, че да водят учениците стъпка по стъпка от интуитивното наблюдение към формалното дефиниране на производната. Първият лист въвежда понятието чрез изчисляване на средни скорости в различни интервали за функцията $f(x) = x^2$, като се откроява зависимостта между дължината на интервала и промяната на скоростта. Вторият представя алгебричния израз за диференчното частно $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, с което се преминава от конкретни примери към абстрактен модел. Третият подпомага изследването на приближаването чрез таблица за все по-малки стойности на h , изграждайки интуитивна представа за граница. Четвъртият преминава към строго математическо изчисление на $\frac{(x+h)^2-x^2}{h}$, което извежда аналитично производната на функцията $f(x) = x^2$. Последният лист е посветен на приложението на резултата $f'(x) = 2x$ в конкретни точки, като акцентира върху интерпретацията на производната като моментна скорост и като функция, описваща изменението.

Всяка група от ученици работи върху различен лист и представя резултатите си пред останалите, което превръща процеса в съвместно

изследване и стимулира дискусия. Така работните листове изграждат познавателна траектория – от интуитивното към абстрактното – а учителят действа като модератор, който насочва дискусията и систематизира и обобщава изводите.

3. Затвърждаване и приложение. Цели се утвърждаване на нововъведените понятия. Учителят поставя индивидуални задачи, в които се изисква да се намери производната на функция в конкретна точка x_0 [5]:

$$\text{А) } y = 3x - 1, x_0 = 5; \text{ Б) } y = x^2 + 4, x_0 = -2.$$

Тези примери позволяват на учениците да приложат дефиницията и да проверят разбирането си за връзката между израза на функцията и стойността на производната в дадена точка. Индивидуалната работа развива самостоятелност и носи бърза обратна връзка за нивото на усвояване. Учителят демонстрира доказателството за производната на константа, поставяйки акцент върху връзката между дефиницията и резултата. След това учениците работят отново в групи, като всяка група получава различна функция ($x^n, \sqrt{x}, \sin x, \frac{1}{x}, \cos x$). Изчисляват производната и представят решенията си пред класа. Така се осъществява преход от конкретни примери към таблични производни, което укрепва разбирането на основните правила за диференциране. Груповата форма стимулира сътрудничество и аргументация, а индивидуалните задачи гарантират лична ангажираност.

4. Обобщение и рефлексия. Заключителният етап на урока е посветен на систематизиране и осмисляне на придобитите знания. Заедно с учителя учениците изготвят общо табло с основните таблични производни, което изпълнява функцията на визуално обобщение и справочен ресурс. Това подпомага затвърждаването на разбирането за фундаменталните правила на диференцирането и подчертава тяхното приложение в разнообразни математически задачи.

5. Интерактивна игра. Играта в Wayground има едновременно проверяваща и рефлексивна роля. Приложението предоставя незабавна обратна връзка и стимулира критическо мислене. Част от въпросите проверяват степента на усвояване на новите понятия, а други насочват учениците към самооценка – идентифициране на знания и затруднения, осъзнаване на факторите, които подпомагат ученето, и оценка на личното участие. Така се постига двойна цел: валидиране на придобитите знания и развиване на умения за критична рефлексия върху личния процес на учене.

Очаквани резултати и компетентности

При реализирането на интерактивния урок от учениците се очаква да усвоят основни предметни компетентности, свързани с математическия

анализ – дефиниране и прилагане на производната чрез граница, работа с таблични производни и използването им при решаване на задачи [4]. Наред с това се развиват междупредметни компетентности, произтичащи от приложението на производната във физиката и други науки. Този процес се вписва в рамките на синергетичния подход в обучението, който акцентира върху изграждането и „разбирането на връзките между различните области на знанието и стимулира учениците да развиват цялостно мислене и разбиране на сложни проблеми.“ [2, с.16 - 17]. Чрез интерактивните техники се изграждат и ключови компетентности – критично мислене, умения за работа в екип, ефективна комуникация, аргументация и използване на дигитални образователни инструменти.

Наблюденията ни от проведения интерактивен урок сочат, че по време на часа учениците показаха активно участие, особено при работа с Padlet и при груповата презентация; формулираха правилни хипотези и изводи; използваха правилно понятието „производна на функция“ при дейностите за затвърждаване. При рефлексивната дейност учениците изразиха мнение, че визуализациите на стесняващите се интервали, съчетани с груповата работа и използването на дигитални инструменти им е помогнала да разберат какво реално означава производна. А анализът на резултатите от играта в Wayground показаха, че 76% от учениците са усвоили новото знание. Считаме, че интерактивният подход е ефективен при въвеждане на нови понятия и в бъдеще ще изследваме ефекта от неговото прилагане върху дългосрочната устойчивост на знанията.

Заключение

Интерактивният подход при въвеждането на понятието „производна“ съдейства за активно участие на учениците и по-дълбоко разбиране на новото знание. Съчетаването на дигитални ресурси, групови дейности и рефлексия изгражда устойчива мотивация и критично мислене. Интегрирането на Wordwall, Padlet и Wayground създава динамична учебна среда и повишава ефективността на усвояването. Така интерактивният модел има потенциал за приложение и в други теми от профилираната подготовка по математика, както и в цялата природоматематическа област, което ще бъде обект на бъдещите ни изследвания. Подходът се отличава с работни листове, които стъпка по стъпка извеждат понятието „производна“, и с комбинираното използване на три дигитални платформи в единна урочна единица. Това представлява нов начин за въвеждане и осмисляне на абстрактни математически понятия и очертава основа за система от интерактивни уроци, изградени върху принципите на активно участие, сътрудничество и съчетаване на индивидуални и групови дейности.

Литература

- [1] Иванов, И., Интерактивни методи на обучение, *Юбилейна научна конференция с международно участие „50 години ДИПКУ – Варна“ на тема: „Образование и квалификация на педагогическите кадри – развитие и проекции през XXI век“*, 2005
- [2] Караджова, П., Синергетиката в обучението като нова образователна парадигма, Семинар за докторанти и млади учени: Академични траектории, 1 – 4 септември 2023 г. Център „Родопи“, с. Славейно, СУ „Св. Климент Охридски“, Терени, 2024, бр. 8, с. 136–145, DOI: [10.60053/TER.2024.8.136-145](https://doi.org/10.60053/TER.2024.8.136-145)
- [3] Костова, З., *Нови измерения на ученето: Синтез на иновации и традиции*, Пловдив, Макрос, 2018, ISBN: 978-954-561-442-2
- [4] Министерство на образованието и науката (МОН), Учебна програма за профилирана подготовка по математика, 2018, достъпно на: <https://www.mon.bg/nfs/2018/12/profil-math.pdf>
- [5] Тонов, И., И. Шаркова, М. Христова, Д. Камаралова, В. Златилов, *Математика. Елементи на математическия анализ. 11. клас. Профилирана подготовка*, София, Регалия 6, 2020, ISBN: 978-954-745-329-6

INTERACTIVE LESSON ON THE TOPIC “DERIVATIVE OF A FUNCTION”

Denislav Marinov^{1,*}, Dobrinka Milusheva-Boykina²

^{1,2} Faculty of Mathematics and Informatics,
Paisiy Hilendarski Plovdiv University, 236A “Bulgaria” Blvd.

^{1,*} Corresponding author: denislav.marinov@uni-plovdiv.bg

² boikina@uni-plovdiv.bg

Abstract. The article presents an integrated lesson on the topic “*Derivative of a Function*” within the specialized mathematics curriculum for 11th grade. The focus is placed on the application of interactive methods and digital tools to support the acquisition of mathematical concepts and their practical application. The advantages of the interactive model are emphasized, including enhanced knowledge and skills, increased student engagement, and sustainable motivation for learning.

Keywords: *interactive learning; derivative of a function; mathematical analysis; profiled preparation*