ЮБИЛЕЙНА НАУЧНА СЕСИЯ – 30 години ФМИ
ПУ "Паисий Хилендарски", Пловдив, 3–4.11.2000

ЗАБЕЛЕЖИТЕЛНИ ХИПЕРПОВЪРХНИНИ В ЕВКЛИДОВОТО ПРОСТРАНСТВО И ТЕХНИТЕ ГЕОМЕТРИИ

Георги Ганчев

Добре известна е класическата схема, по която геометрията на хиперсферите поражда геометрията на римановите многообразия с постоянна секционна кривина:

1) *хиперсфери* $\Rightarrow$

2) *напълно омбилични хиперповърхнини* $\Rightarrow$

3) *риманови многообразия с постоянна секционна кривина.*

В настоящия доклад представяме едно развитие на споменатия подход като разглеждаме следните геометрични обекти:

1) *регулярни семейства от сфери с коразмерност* 2 *(канални хиперповърхнини);*

2) *квази-омбилични хиперповърхнини;*

3) *риманови многообразия с квази-постоянна секционна кривина (риманови QC-многообразия).*

Доказваме, че геометрията на римановите многообразия с квази-постоянна секционна кривина се поражда от класа на каналните хиперповърхнини. Основен резултат е следната:

Теорема [1] *Всяко риманово QC-многообразие с положителна хоризонтална секционна кривина локално може да се вложи в евклидово пространство като част от канална хиперповърхнина.*

Специален клас на римановите QC-многообразия образуват римановите субпроективни пространства. По-нататък доказваме, че геометрията на римановите субпроективни пространства се поражда от класа на ротационните хиперповърхнини на евклидовото пространство.

Нека $F(\varepsilon)(\varepsilon = \pm 1, 0)$ е реална пространствена форма с постоянна секционна кривина ε, B е едномерно риманово многообразие, а f е гладка функция върху B. Доказваме локална еквивалентност на класа на римановите warped-product-многообразия от тип $B \otimes_f F(\varepsilon)$ и класа на римановите субпроективни многообразия.

Като използваме резултатите от [1], получаваме локална класификация на конформно плоските хиперповърхнини на евклидовото пространство:

Теорема *Всяка конформно плоска хиперповърхнина в евклидовото пространство локално е част от хиперповърхнина от следния вид.*

1*) хиперравнина;*

2*) хиперсфера;*

3*) развиваема хиперповърхнина;*

4*) канална хиперповърхнина.*

Идеята за геометрия на риманови многообразия (M, g, ξ), снабдени с единично векторно поле ξ, естествено преминава в геометрия на риманови многообразия (M, g, W, ξ) снабдени с две ортогонални единични векторни полета W, ξ.

От теорията на полусиметричните риманови многообразия е известно, че класът на типичните полусиметрични риманови многообразия се описва с класа на римановите многообразия от тип conullity two.

Като се опираме на резултатите от [2], получаваме следното геометрично характеризиране на хиперповърхнините на евклидово пространство, които са риманови многообразия от тип conullity two:

Теорема *Една хиперповърхнина на евклидовото пространство е риманово многообразие от тип conullity two точно тогава, когато локално с част от обвивката на двупараметрично семейство хиперравнини.*

Като използваме разлагането на 12 основни класа $\mathcal{W}_i$, $(i = 1, \ldots, 12)$ на почти кантактните метрични многообразия, получено в [3], в [4] доказваме, че класът на реалните хиперповърхнини на Келерово многообразие се разлага на четири основни класа: $\mathcal{W}_1$, $\mathcal{W}_2$, $\mathcal{W}_4$ и $\mathcal{W}_6$. Точно описание на класа $\mathcal{W}_1 \otimes \mathcal{W}_6$ за комплексното евклидово пространство се дава със следната

Теорема *Една реална хиперповърхнина на комплексното евклидово пространство е от:*

1) класа $\mathcal{W}_1 \otimes \mathcal{W}_6$ точно тогава, когато е еднопараметрична система от комплексни хиперповърхнини;

2) класа $\mathcal{W}_1$ точно тогава, когато е еднопараметрична система от комплексни хиперравнини;

2) класа $\mathcal{W}_6$ точно тогава, когато е регулярна еднопараметрична система от комплексни хиперповърхнини;

В заключение ще отбележим, че споменатите резултати имат естествено продължение в геометрията на почти ермитовите многообразия.

Литература

[1] G. Ganchev, V. Mihova. *Riemannian manifolds of quasi-constant sectional curvatures.* J. reine angew. Math., (Crelle's Journal) **522** (2000), 119-141.

[2] G. Ganchev, V. Milousheva, *Regular one-parameter systems of torses of codimension two in euclidean space.* Proc. Fifth Int. Workshop on Complex Structures and Vector Fields, Varna (2000), World Sci, Publ. Singapore.

[3] V. Alexiev, G. Ganchev. *On the classification of almost contact metric manifolds*, Math. Educ. Math., Proc. XV Spring Conf. UBM, Sunny Beach (1986), 155-161.

[4] G. Ganchev, M. Hristov. *Real hypersurfaces of a Kaehler manifold.* Proc. Fifth Int. Workshop on Complex Structures and Vector Fields, Varna (2000), World Sci. Publ. Singapore.